

구조형 신용위험평가모형간 기업부도확률 예측성과:
모수추정을 위한 새로운 반복갱신법 적용

강 대 일 (서울대학교)

First version: 2010. 2.

This version: 2010. 5

구조형 신용위험평가모형간 기업부도확률 예측성과* 모수추정을 위한 새로운 반복갱신법 적용

강 대 일 (서울대학교)**

First version: 2010. 2.

This version: 2010. 5

<요약>

본 연구는 구조형 신용위험평가모형으로 측정한 부도확률의 예측성과를 한국 주식시장 자료를 이용하여 실증분석한다. 본 연구에서 이용하는 신용위험평가모형은 Leland (2004)에서 비교한 Longstaff and Schwartz(1995)모형과 Leland and Toft(1996)모형, Merton(1974)모형과 Brockman and Turtle (2003)이 사용한 Down and Out 콜옵션 모형이다. 기존 반복갱신 모수추정법은 Leland and Toft 및 Down and Out 콜 옵션에서 필요한 장벽을 추정할 수 없었으나 본 연구는 장벽을 포함하여 기업확률과정을 구성하는 기업총가치, 기업수익률, 기업가치변동성을 추정하는 새로운 반복갱신법(2단계반복갱신법)을 구현한다. 2단계반복갱신법을 다른 모수추정법인 역사적변동성법, 기존 반복갱신법(Vassalou and Xing 2004), 연립방정식법(Campbell et al. 2008) 등의 성과와 비교하기 위해 각 추정방법별 각모형의 부도확률을 추정하고 그 예측성과를 각각 비교한다. 또한 기존 연구는 모수추정을 전진귀납방식으로만 수행하였으나 본 연구는 후진귀납방식을 포함하여 각 모형의 모수를 추정한다. 단기 시계열 및 횡단면 부도예측성과와 Cox 비례위험모형 분석 결과가 후진귀납방식 2단계반복갱신법을 이용한 Down and Out 콜옵션 모형이 우수하고 유의미하였다. 전·후진귀납방식과 관계없이 각 모형에 맞는 2단계 및 1단계 반복갱신법을 적용할 때 해당 모형의 부도확률 예측성과가 다른 모수추정방식에 비하여 유의하였다.

* 본고에 대하여 유익한 논평을 주신 조재호 지도교수님(서울대), 최도성 금융통화위원님(한은), 2007년 12월 한은금융안정보럼, 2010년 2월 한국증권학회 정기학술대회 윤선중 교수님(한림대) 및 참석자분들께 깊은 감사를 드립니다. 특별히 실증분석과 기업부도예측모형에 대한 상당한 자료를 제공해주신 류근관 교수님(서울대)께 감사드립니다. 또한 기업부도자료를 제공해주신 권세훈 박사님(한국증권연구원)과 김태산 부장님(한국신용평가정보)께 감사드립니다. 본 연구는 2007년 한은의 연구비를 지원받았습니다 또한 본 연구자는 서울대학교 증권금융연구소의 연구비를 지원받았습니다. 본 연구의 모든 오류는 저자에게 있습니다.

** 주소: 서울시 관악구 관악로 599 서울대학교 경영대학 58동 413호 재무관리 전공 연구실, 151-741; E-mail: angmang@snu.ac.kr; Tel.: 02) 880-8252 Fax.: 02) 882-0547

1. 서론

기업의 신용등급의 변화, 부도 등은 신용위험의 주요 원천이다. 금융기관은 이 신용위험 따른 금융자산 포트폴리오를 관리하기 위해 해당 기업의 부도확률을 예측하거나 신용등급 변화 확률추이를 추정한다. 기업부도확률 혹은 신용등급 변화 확률추이에 대한 연구는 축약모형(Duffie and Singleton 1998; Duffie and Lando 2001; Zou 2001)과 구조모형(Merton 1974; Longstaff and Schwartz 1995; Leland and Toft 1996; Leland 1998; Collin-Dufresne and Goldstein 2001)으로 분류할 수 있다. 구조형 신용위험평가모형 가운데 Merton(1974)이 제시하고 KMV에서 채용한 일반형 옵션(plane or vanilla option) 구조가 가장 널리 알려져 있다. 한편 실제 금융시장에서 부도는 부채의 만기 이전에 도래한다. Fitch는 만기이전 도래하는 부도를 신용사건으로 규정하고 이를 장벽옵션(barrier option)에 적용하는 EIR(equity implied ratings and probability of default) 모형을 활용한다 (Liu et al. 2007). 장벽옵션은 부도사건에 대해 최초통과시점확률과정(first passage time stochastic process)을 사용하여 부도확률을 추정한다. 부도사건이 초래되는 자산 가치의 수준을 장벽으로, 이 수준에 도달하는 부도 사건을 만기 이전 발생하는 최초통과시점(first passage time)으로 설정한다. Longstaff and Schwartz(1995)는 장벽옵션구조를 채권가격결정모형에 이용하였고, Leland and Toft(1996)는 최적자본구조, 부채위험, 채권스프레드평가모형에 이용하였다. Brockman and Turtle (2003)은 장벽옵션 가운데 Down and Out Call 옵션모형을 이용하여 미국주가자료의 역사적변동성을 이용하여 기업부도확률의 예측성과를 분석하였다. Leland (2004)는 미국시장의 부도시 회수율, 자산의 역사적 변동성, 세율 등을 각 모형에 대입하는 수치측정(numerical calibration)을 통해서 Merton(1974), Longstaff and Schwartz(1995), Leland and Toft(1996) 모형간의 부도확률 예측성과를 비교하였다.

본 연구는 우리나라 주식시장 자료를 사용하여 옵션형태 신용위험평가모형들의 기업부도확률을 Leland (2004)에서 제시한 방식을 기준으로 산출하고 각 모형별 예측성과를 비교한다. Longstaff and Schwartz(1995)모형(LS), Leland and Toft(1996) 모형(LT), Merton(1973)의 DD(distance of default)모형(DD)을 Leland (2004)에서 제시한 방법을 사용하여 구현하고, Brockman and Turtle (2003)이 실증연구에서 사용한 Down and Out Call 옵션모형(DOC)을 추가한다. 실증분석에서 기업부도확률을 산출에 가장 큰 영향을 미치는 두 가지 주요 모수는 기업가치변동성과 만기전 부도

가 발생하였다고 간주하는 장벽의 추정치이다. 본 연구는 이 장벽을 부도격발가치로 정의한다. 본 연구는 부도격발가치(H)와 기업총가치(V) 확률과정을 구성하는 모수들인 기업수익율(μ), 기업가치변동성(σ) 및 기업총가치를 추정하는 방식으로 세가지를 채택하여 비교한다. 역사적변동성법은 기업시가총액과 부채장부가치를 합한 기업총가치수익률의 이동평균이다. Crosbie and Bhon (2003)는 다른 모수추정법으로 반복갱신법과 TUTE (two unknown and two equation) 연립방정식법을 이용한 Merton(1973)의 부도확률 예측성과를 비교하였다. 지금까지 반복갱신법은 Merton(1973)의 모형과 부도격발가치가 지정된 경우에만 적용되었기 때문에 부도격발가치가 기업총가치 확률과정의 추정된 모수에 의해서 변화되거나 내재적으로 추정하는 경우에는 기존 반복갱신법을 사용할 수 없다. 본 연구는 일반형 옵션 및 부도격발가치가 고정된 장벽옵션에서 모수추정에 사용되어온 기존 반복갱신법을 1단계반복갱신법이라 명명하고, 장벽옵션에서 부도격발가치를 포함한 모수추정에 이용되는 새로운 반복갱신법을 2단계반복갱신법이라 명명하고 그 절차를 구현한다. Leland (2004)은 LS모형에 이용하는 부도격발가치로 부채 금액에 회수율을 곱하여 설정하였고 Liu et al. (2007)은 KMV에서 사용하는 산출방식을 적용하였다. Leland (2004)과 Crosbie and Bhon (2003)은 DD모형에서 만기전 부도격발가치를 설정하지 않고 만기시점에서 부도여부를 판정하였다. 만기시점의 부도여부를 묻는 DD모형과 부도격발가치가 전 시점에서 고정된 LS모형은 1단계반복갱신법을 적용한다. Leland (2004)은 LT모형에서 부도격발가치를 기업총가치, 기업가치변동성, 채권의 이자, 만기, 세율 등을 이용하여 산출하였다. Brockman and Turtle (2003)은 DOC모형을 이용한 실증연구에서 부도격발가치를 추정하기 위해 모형을 구성하는 기업가치, 기업가치변동성, 무위험이자율, 만기 등을 이용하여 마치 내재변동성을 추정하듯이 내재부도격발가치를 추정하였다. Brockman and Turtle (2003)은 실증연구에서 역사적변동성법을 이용하여 기업가치변동성만을 추정하였다. 본 연구는 일반 주가, 기업가치변동성, 채권의 이자, 세율 등의 변수에 따라 부도격발가치가 변하는 LT모형과 내재부도격발가치를 이용하는 DOC모형은 2단계반복갱신법을 사용하여 기존연구에서 제시하지 못한 반복갱신법의 각 모형에 대한 모수추정방식의 일관성을 확보하고자 한다.

더 나아가 후진귀납방식 반복갱신법의 효과를 실증분석에서 조사한다. 지금까지 실증연구에서 반복갱신법은 통상 전진귀납방식으로 이루어졌다.¹⁾ 부도확률 추정

1) 구조형 계량경제모형에서 EM알고리즘을 포함한 전진귀납적 반복-재귀 모수추정법에 대한 포괄적인 논의는 Pastorello et al. (2003)을 참조하라.

을 위한 모수구성을 위해 후진귀납방식 채택하여 적용한 실증연구는 없다. 그러나 후진귀납방식은 가격결정이론 분야 및 계량재무분야에서 다양하게 적용되어 왔다. 이항옵션평가모형 (Hull 2003 pp. 200~213)은 후진귀납방식으로 파생상품의 가격을 평가하며 벨만방정식(Bellman equation)을 이용하는 가격결정모형(Cox et al. 1985)의 최적화 해법 또한 후진귀납방식으로 이루어진다. 후진귀납방식은 후진확률미분방정식(BSDE: backward stochastic differential equations)의 재무이론에 대한 적용과도 맞물린다. Duffie and Epstein (1992a, 1992b)는 재귀효용함수(recursive utility)를 이용한 가격결정이론에서 BSDE를 사용하고 조건부 청구권(contingent claims)의 가치를 결정하는데 유용하다고 주장하였다. Karoui et al. (1997)은 BSDE를 조건부 청구권 가격결정이론에 적용하는 사례를 광범위하게 제시하였으며, Duffie and Singleton (1999)은 신용위험을 조건부 사건으로 해석하고 축약형 신용위험평가모형을 구성하는데 BSDE를 사용하였다.²⁾ 계량경제학적 연구에서 de Jong (1989)은 상태공간모형에 대한 평활화알고리즘(smoothing algorithm)을 적용하는 칼만필터(Kalman filter)를 구현하기 위해 후진귀납방식을 채택하였다. Pollock (2003)은 de Jong의 알고리즘을 바탕으로 재귀적 회귀모형(recursive regression)에 적용하는 고정기간 평활화 적용 칼만필터 구성과 그 초기값 문제를 후진귀납방식을 채택하여 연구하였다.³⁾ 본 연구는 기업가치확률과정의 모수들(V, μ, σ, H)을 후진귀납방식으로 1단계 및 2단계 반복갱신법을 적용하여 추정하고 결과를 전진귀납법을 이용한 모형들과 비교한다.

본 연구의 기업부도확률 예측성과 비교연구는 세 가지 측면에서 의의가 있다. 첫째, 가격결정이론 실증연구에 나타나는 주식수익률, 무위험채권수익률, 그리고 일반채권수익률 사이의 관계와 그 사이에 존재하는 퍼즐들에 대해 예측성과가 보다 효과적인 구조모형 부도확률을 2단계반복갱신법을 사용하여 제공할 수 있다. Vassalou and Xing (2004)는 Merton의 DD 모형의 1단계반복갱신법을 사용한 부도확률로 포트폴리오를 구성하고 이 포트폴리오의 성과가 주식수익률에 반영되는가를 연구하였다. Godestein (2009)과 Chen et al. (2009b)는 신용스프레드퍼즐(credit spread puzzle)과 주식프리미엄퍼즐(equity premium puzzle)이 서로 관련되어 있는가를 구조모형을 이용하여 해석하였다. 둘째, 2단계반복갱신법은 복잡한 계산을 요

2) 후진귀납방식은 게임모형의 해를 찾는 과정에서도 적용되어 왔다. 후진귀납방식의 게임모형 적용 사례는 Katok et al. (2002)를 참조하라.

3) MCMC(Markov chain Monte Carlo)를 이용하는 베이지안(Bayesian) 방법론에서 전진 및 후진귀납방식 반복-재귀법을 적용하는 다양한 논의는 Scott (2002)를 참조하라.

구하는 DOC모형에 대한 MLE(maximum likelihood estimation) 모수추정방식의 대안으로 활용할 수 있다. Ericsson and Reneby (2005), Chen et al. (2009a), Forte and Lovreta (2009), 그리고 Chen et al. (2010)은 기업수익률 모수(μ)를 제외하고 다른 모수들만(V, σ, H)을 추정한 후 무위험이자율로 기업수익률을 대체한 구조모형으로 부도확률을 산출하였다.⁴⁾ Wong and Choi (2009)은 DOC모형에서 부도격발가치를 일정기간(1년)에 한번 산출하는 MLE 방식을 적용하였다. 본 연구는 MLE 방식에 비하여 단순한 2단계반복갱신법을 도입함으로써 부도격발가치를 포함한 기업확률과정을 구성하는 모든 모수(V, μ, σ, H)를 보다 경제적으로 추정할 수 있다. 뿐만 아니라 상태변수인 기업수익률 모수가 제외하거나 내재부도격발가치의 빈도를 줄이기 때문에 산출된 부도확률에 반영되지 못하는 정보의 손실도 막을 수 있다. 셋째, 구조모형에 사용된 부도확률 추정량이 충분통계량(sufficient statistics)인가를 진단할 수 있는 절차를 제공한다. Bharath and Shumway (2008)은 Merton의 DD모형 부도확률과 축약형 신용위험평가모형의 부도확률을 비교하는 충분통계량 연구를 구축하였다. Bharath and Shumway의 Merton 모형에 대한 충분통계량 검증연구절차는 구조모형과 함수꼴(functional form)이 다른 축약모형을 비교하였다. 구조모형과 축약모형에서 부도확률을 추정하기 위해 사용한 변수들이 달라 정보집합에서 차이가 존재할 수 있다. 반면에 본 연구는 구조모형으로 함수꼴을 한정하고 사용하는 변수에도 큰 차이가 없는 정보집합내에서 후진귀납방식 및 전진귀납방식을 모두 채택하여 충분통계량 검증을 수행한다.

모수추정에 대한 전진귀납방식 반복갱신법은 1기전 정보집합에 사영된 모수의 기대가치($E[\theta_{t+1} | I_t]$)이다. 모수추정에 대한 후진귀납적 반복갱신법은 1기후 정보집합과 당기 정보집합의 조건부 갱신으로 최적화한 모수의 가치($\hat{E}[\theta_t | I_{t+1}]$)이다. 전진귀납방식 반복갱신법은 직교 연산자(\mathbf{E})를 이용하고 후진귀납적 반복갱신법은 일종의 지속성을 만족하는 최적 연산자($\hat{\mathbf{E}}$)를 이용한다. Epstein and Schneider (2003), Riedel (2004), Roorda et al. (2005)은 가격결정 및 위험측도에 대한 연구에서 서로 다른 최적화 기법을 채택하여 후진귀납적 반복갱신법의 지속성을 만족하는 측도의 구성을 논의하였다. 전진귀납방식 직교 연산자(\mathbf{E})와 후진귀납방식 지속-최적 연산자($\hat{\mathbf{E}}$)를 바탕으로 추정된 모수들 간에 상대적인 충분통계량(sufficient statistics)을 제공하는 방식이 어느 방식인가를 비교할 수 있다. 전진귀납방식 반복

4) Chen et al (2010)은 DOC 모형의 내재부도격발가치를 산출하지 않고 부도격발가치를 고정시켜서 다른 모형들과 부도확률 예측성과를 비교하였다.

갱신법에서 추정된 모수들을 사용한 부도확률 예측성과가 후진귀납방식 반복갱신법에서 추정된 모수들을 사용한 부도확률 예측성과 보다 못하다면 전진귀납방식 반복갱신법은 후진귀납방식 반복갱신법에 비해서 상대적으로 열등한 통계량이라고 해석할 수 있다.

본 연구에서 사용하는 기업가치변동성(σ) 및 부채격발가치를 추정하는 세 가지 방식에 대한 기존 실증연구는 다양하다. Hillegeist et al. (2004)은 부도확률을 추정하기 위해 TUTE 연립방정식을 만족하는 해를 이용하여 분석하였다. Campbell et al. (2008)는 동적로짓 모형을 이용한 부도확률 예측성과를 DD모형과 비교하기 위해서 Hillegeist et al.의 방법론을 채택하였다. Campbell et al은 동적로짓 모형의 부도예측성과가 DD 모형에 비하여 우수하다고 보고하였다. Crosbie and Bhon (2003)과 Ericsson and Reneby (2005)는 Meton의 DD모형 모수추정에서 TUTE 연립방정식법 모수추정치의 상당수가 비정상적 값들을 가질 뿐 아니라 부도예측성과도 미미하다고 보고하고 있다. Crosbie and Bhon은 이를 해결하기 위해 1단계반복갱신법을 제안하였다. Vassalou and Xing (2004)은 1단계반복갱신법을 적용하여 추정한 부도예측확률을 기준으로 구성된 신용포트폴리오의 효과를 분석하였다. Brockman and Turtle (2003)은 역사적변동성을 기업가치변동성으로 간주하였다. Brockman and Turtle (2003)은 DOC모형의 부도예측성과가 Altman Z(Altman 1968)모형의 부도예측 성과보다 높고 시계열 표본외 예측성과도 높다고 보고하였다. Gharghori et al. (2006)은 역사적변동성을 이용한 DOC모형과 반복갱신방식으로 변동성을 추정한 Merton의 DD모형에 대한 부도확률 예측성과에 대한 비교연구를 실시하였다. 이 연구는 역사적변동성을 이용한 DOC모형이 비교모형에 비해서 우수하다고 나타났다. Gharghori et al.의 연구는 모형별 모수추정방식의 일관성이 없다. Bharath and Shumway (2008)은 역사적변동성법, 반복갱신법, TUTE 연립방정식법을 이용하여 각 추정방식별 Meton의 DD모형의 부도예측성과를 비교분석하였다. Bharath and Shumway의 연구에서 역사적변동성을 이용한 부도예측성과가 반복갱신법 및 연립방정식법보다 높고 표본외 예측성과도 우수하였다. Liu et al (2007)은 Fitch EIR 모형을 구성하는 장벽옵션을 소개하고 고정된 부채격발가치를 사용하여 1단계반복갱신법을 적용하여 부도확률을 산출하였다. Liu et al은 장벽옵션에서 추정한 부도확률, 이 장벽옵션모형 및 시장정보변수를 추가하여 구성한 혼합모형의 부도확률, Altman-Z의 부도확률 등 세가지 모형의 부도확률의 예측성과를 비교하였다.⁵⁾

5) 구조형 신용위험평가모형 가운데 LS, LT 및 개량한 DD 모형은 채권가격평가 모형으로도 이용할 수 있다. Eom et al. (2004)은 역사적변동성법을 채택하여 LS, LT, 및 개량 DD 모형 및 다른 구조

모수 추정법은 본 연구에서 비교하는 세가지 방식이외에도 앞서 언급한 구조모형에 대한 MLE 방식이 존재한다. 구조모형 모수추정에서 MLE 방식은 2가지 점에서 문제가 있다. 첫째, 대표본 실증연구를 대상으로 구조모형 MLE 방식을 실시하는 모형들은 MLE에 대체로 기업수익률을 제외한 다른 모수들(V , σ , H)을 추정하며 무위험이자율로 기업수익률을 대신하여 부도확률을 산출하였다(Ericsson and Reneby 2005; Chen et al 2009a; Chen et al 2010). Duan and Fulop (2009)은 기업수익률 모수를 추정하기 위해서 복잡한 계산을 요구하는 시뮬레이션인 SL-SIL(smoothed localized sampling/importance resampling)방식을 채택하였다. Duan and Fulop의 시뮬레이션 기간은 1년이며 해당기간에 대해 각 기업별 1년 기업수익률을 추정하였다. Wang and Choi (2009)은 일별자료가 아닌 분기자료를 이용하여 연도별로 기업수익률을 포함한 모수들 추정하였다. Wong and Choi (2009)는 DOC모형에 대해서 10년간 일자별 자료를 이용하여 일별 기업총가치를 구하는 MLE 방식 모수추정법을 개발하였다. 본 연구의 2단계반복갱신법은 일별 기업총가치 및 일별 내재부도격발가치를 추정하는 반면 Wong and Choi의 방식은 연간 내재부도격발가치를 추정한다. DOC모형에서 주식가격의 변화에 따라 내재부도격발가치는 변한다. DOC모형에서 기업수익률을 추정하지 않는 MLE 추정방식에서, 상태변수를 제거하였기 때문에 생기는 정보의 손실이 Wong and Choi의 MLE 경우에는 모수(H)를 일정 기간 (1년) 고정하고 빈도수를 줄임으로서 발생한다고 볼 수 있다. 둘째 구조모형에 대한 MLE 추정량의 통계해석(statistical inference)은 일반적인 MLE 통계해석과 다를 수 있다. Pastorello et al. (2003)는 구조모형의 MLE 추정과 통계적해석상 문제점을 지적하였다. Pastorello et al.는 알려지지 않은 모수를 가진 구조모형을 변환(transformations)하여 MLE를 적용하기 때문에 변환 MLE를 구성하는 우도함수에 이 알려지지 않은 모수들이 ① 잠재상태변수를 모수로 하는 모형으로 나타날 뿐 아니라 ② 그 알려지지 않은 모수들이 역변환 및 Jacobian 입력변수로 나타난다고 지적하였다. 따라서 복잡한 계산상의 어려움에 더하여 우도함수 구성에서 Fisher 정보행렬로 측정하는 통계적 정보도 조정하여야 한다. Wong and Choi의 DOC모형 모수 추정을 위한 MLE 방식은 Pastorello et al.이 지적한 ①, ② 문제가 고스란히 나타난다.

<표 1>은 본 연구에서 구성한 실증연구 모형과 기존 실증연구 모형을 모수추정법에 따라 분류하고 있다. 본 연구는 2단계반복갱신법을 사용한 모수추정의 효과를 주로 분석하고 역사적변동성법 및 연립방정식법은 기존 연구모형을 바탕으로 사용한다.

형 채권가격평가모형을 채택하여 그 성과를 비교하였다. 구조형 신용위험평가모형에 대한 실증모형의 포괄적인 분류는 Chen et al. (2010)를 참조하라.

실증분석에서 사용하는 부도확률 예측모형은 후진귀납방식 2단계반복갱신법을 사용한 B2ndDOC모형, B2ndLT모형과 1단계반복갱신법을 사용한 B1stLS모형, B1stDD모형이다. 전진귀납방식은 2단계반복갱신법을 사용한 F2ndDOC모형, F2ndLT모형과 1단계반복갱신법을 사용한 F1stLS모형, F1stDD모형이다. 기존연구의 반복갱신법은 1단계반복갱신법 DD모형의 추정된 모수들(V , μ , σ)을 이용하였다. 본 연구는 1단계반복갱신법 DD모형의 추정된 모수들을 다른 모형들에 그대로 적용할 경우, 부도확률 예측성과가 본 연구에서 제시한 각단계반복갱신법을 이용한 모형들과 얼마나 다른가를 비교하여 모수추정법 및 모수 변경에 따른 예측성과 차이를 비교한다. B1stDDDOC, B1stDDLT, B1stDDL, F1stDDDOC, F1stDDLT, F1stDDL. 역사적변동성법은 각 모형에 앞에 'HV'를 붙였고, 연립방정식법은 'EQ'를 사용한다. BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD, FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD, BEQDOC, BEQLT, BEQLS, BEQDD, FEQDOC, FEQLT, FEQLS, FEQDD. 연립방정식법은 실증분석에서 추정하지 못하는 표본이 많아 DD 모형에 적용하는 TUTE 방식으로 모수를 추정하여 각 모형에 적용한다. 본 연구는 회계 및 시장 정보를 이용하여 부도격발수준 결정하는 모형(AccDOC: Accounting DOC Model)을 구성하여 이를 임시 기업부도확률 예측모형으로 설정하고 DOC모형 및 다른 구조모형들의 부도확률 예측성과와 비교한다. 임시 예측모형의 각 모수추정법별 명칭은 다음과 같다. B2ndAccDOC, B1stDDAccDOC, BHVAccDOC, BEQAccDOC, F2ndAccDOC, F1stDDAccDOC, FHVAccDOC, FEQAccDOC. 임시 예측모형의 명칭은 <표 1>에 표시하지 않았다. 본 연구의 실증분석에서 기업부도확률 예측성과를 비교하기 위하여 사용한 모형은 후진귀납방식 19개, 전진귀납방식 19개 총 38개이다.

[표1 자리]

모형에서 제공하는 기업부도확률의 예측성과를 비교하기 위해 1994년부터 2008년까지 우리나라 유가증권시장에 상장된 기업을 대상으로 실증분석하였다. 첫 번째, 부도확률의 예측성과를 비교하기 위해 1년, 3년, 및 5년 시계열 표본의 검정과 횡단면 표본의 검정을 로짓 회귀모형을 이용하여 실시하고 채권평가 모형에서 이용하는 예측정확도(AR: Accuracy Ratio)를 측정하였다. 로짓 회귀모형 분석결과 모수추정방식과 관계없이 DOC모형이 1년 및 횡단면 표본의 검정을 통한 기업부도확률 예측성과가 우수하게 나타났다. 또한 DOC모형이 모수추정방식에 관계없이 로짓 회귀계수가 유의하게 나타났다. 후진귀납방식 추정모수를 사용한 모형들이 전반적으로 전진귀납방식

추정모수를 사용한 모형에 비하여 우수한 예측성적을 나타냈다. 그리고 모형에 맞는 반복갱신법으로 모수를 추정한 모형들(B2ndDOC, B2ndLT, B1stLS, B1stDD, F2ndDOC, F2ndLT, F1stLS)의 로짓 회귀계수가 통계적으로 모두 유의미하였다. 단, F1stDD모형의 1년 시계열과 B1stDD 5년 표본의 검정 로짓 회귀계수는 통계적으로 유의미하지 않았다. 이 결과는 DD모형을 위해 1단계반복갱신법을 사용한 전·후진귀납 방식 모수추정량들(V, μ, σ)를 이용한 모형들 가운데 LT 모형들이 부분적으로 통계적으로 유의미한 회귀계수를 가진 결과와 대비된다. 예측정확도분석 결과는 전반적으로 후진귀납방식 모형들이 전진귀납방식 모형들보다 우수하였다. Cox 비례위험모형 결과 후진귀납방식 모형의 부도확률이 대체로 유의미한 계수값을 가지는 것으로 나타났다. 추정된 모수 가운데 기업수익률(μ)을 무위험이자율로 대체한 강건성분석에서 무위험이자율로 대체한 모형들의 부도확률 예측성적이 기업수익률 추정량을 사용한 모형들 보다 열등하게 나타났다. 따라서 추정된 기업수익률이 부도확률 예측성적에 기여한다고 볼 수 있다.

본 연구는 2장에서 후진귀납방식 및 전진귀납방식 2단계반복갱신법으로 Down and Out 콜옵션 함수꼴의 모수를 추정하는 방식을 설명하고, 부도예측확률을 추정하기 위한 구조형 신용위험평가모형에 대한 실증모형으로 DOC, LS, LT, DD, AccDOC 모형들을 구성한다. 3장에서 각 모형들을 이용한 부도예측 성과를 분석하기 위해 횡단면 표본의 부도예측성과 분석, 시계열 표본의 부도예측성과 분석을 로짓 회귀모형을 사용하여 제시한다. 부도예측성과를 비교하기 위한 지표로서 예측정확도(AR: Accuracy Ratio)를 각 모형마다 제공한다. 또한 Cox 비례위험모형 분석을 실시한다. 4장에서 연구 결과를 요약하고 향후 연구과제를 제시한다.

2. 2단계반복갱신법을 이용한 모수추정과 실증모형구성

본 연구는 Leland (2004)에서 제시한 구조형 부도확률 모형을 근간으로 구조형 신용위험평가 모형을 구성한다. 왜냐하면 구조형 신용위험평가 모형을 사용한 부도확률 추정 모형은 실증분석의 목적에 따라 다양한 이형이 존재하기 때문이다(Erisson and Reneby 1998; Brockman and Turtle 2003; Eom et al. 2004; Forte and Lovreta 2009; Chen et al. 2009a; Chen et al. 2010). Leland (2004)의 지적대로 구조형 신용위험평가 모형은 DOC옵션의 함수꼴을 사용한다. 그리고 부도격발가치의 산출방식에 따라 모형

을 분류할 수 있다.

본 연구의 대상 모형이 식 (1)과 같은 기업총가치확률과정을 따른다고 하자. 고정된 $T(>0)$ 에 대하여 확률공간 (Ω, \mathcal{F}, P) 에서 정의되는 독립적인 Brownian Motion $\{W(t) | 0 < t < T\}$ 에 기초하여 기업총가치확률과정은 Brown 운동으로 표현한다.

$$\frac{dV}{V} = (\mu - \delta)dt + \sigma dW \tag{1}$$

여기서 $\mu(\cdot)$ 는 기업총가치의 수익률로 기업수익률으로 정의한다. δ 는 기업의 자본조달비용이다. 자본조달비용은 부채의 자본조달비용인 부채비용(c)과 주식의 자본조달비용으로 구성한다. 부채비용의 산출은 LT모형에서 자세히 다룬다. 주식의 자본조달비용은 배당금과 자사주매입으로 정의한다. 자본조달비용은 부채비용에 부채비율을 곱한 값과 주식의 자본조달비용에 (1-부채비율)을 곱한 값을 합하여 가중평균으로 산출하고 이를 연속복리로 표현한다. σ 는 기업총가치의 변동성이다.

구조형 신용위험평가 모형에서 부도격발가치(H)는 특정시점의 자산가치로서 부채의 채무가 불이행되는 시점 혹은 이자지급이 정지되는 시점으로 정의한다. 2단계반복갱신법에서 부도격발가치는 DOC모형의 경우 내재부도격발가치를 추정하고 (Brockman and Turtle 2003)과 LT 모형의 경우 회계 및 시장 정보를 사용하여 부도격발가치를 갱신한다. 1단계반복갱신법은 부도시회수율 등을 사용하여 고정된 부도격발가치를 이용하는 LS모형에 사용한다(Liu 2007).

Brockman and Turtle (2003)은 Down and Out 콜옵션모형의 파산경계를 내재부도격발가치로 정의한 부도확률 산출모형을 제안하였다. 행사가격이 명목부채금액(K)이고 부채격발가치가 H 일 때 일반적인 DOC 옵션으로 측정하는 주식의 가치를 살펴보자. 주식의 가치를 나타내는 DOC 옵션의 경계조건은 다음과 같다.

$$E = \begin{cases} \text{Max}[V - K, 0] & \text{if } V > H \\ 0 & \text{if } V \leq H \end{cases} \tag{2}$$

식 (2)의 경계조건으로 무위험이자율 r 이 존재할 때, 각각의 기업의 시가총액은(E)는 다음과 같은 DOC옵션 가치로 표현 할 수 있다.(Rich 1994) Brockman and Turtle의 연구에서 V 는 부채의 장부가액과 시가총액을 합산한 기업총가치이다. K 는 부채의 장부가액이다. σ 는 표준편차로 측정한 기업가치의 변동성이다. τ 는 만기이고 R 은

리베이트이다. H 는 부채격발가치이다. 본 연구에서 부도시 시가총액에 대한 리베이트는 없다고 가정한다 ($R=0$)

$$\begin{aligned}
 E &= VN(a) - Ke^{-r\tau}N(a - \sigma\sqrt{\tau}) \\
 &\quad - V(H/V)^{2\eta}N(b) + Ke^{-r\tau}(H/V)^{2\eta-2}N(b - \sigma\sqrt{\tau}) \\
 &\quad + R(H/V)^{2\eta-1}N(c) + R(V/H)N(c - 2\eta\sigma\sqrt{\tau}) \tag{3}
 \end{aligned}$$

$$a = \begin{cases} \frac{\ln(V/K) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{for } K \geq H, \\ \frac{\ln(V/H) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{for } K < H \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} \frac{\ln(H^2/VK) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{for } K \geq H, \\ \frac{\ln(H/V) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{for } K < H \end{cases}$$

$$c = \frac{\ln(H/V) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$\eta = \frac{r}{\sigma^2} + \frac{1}{2}$$

2.1 2단계반복갱신법 모수추정 및 적용모형: DOC, LT

2.1.1. DOC모형의 내재부도격발가치 산출을 위한 2단계반복갱신법

본 연구에서 2단계반복갱신법을 시작하기 위한 초기값은 Vassalou and Xing (2004)에서 제시된 형태와 유사하다. ① 단계: 주식수익률의 변동성을 고정기간을 설정하여 이동평균으로 전진귀납방식 및 후진귀납방식으로 산출한다. 부채 장부가액과 시가총액을 합한 기업가치를 초기값으로 사용한다. ② 단계: 이동평균 주식수익률 변동성, 기업총가치 초기값, 해당 영업일 기준 1기전 시가총액, 만기, 리베이트와 식 (3)을 부도격발가치로 미분한 $\partial E/\partial H$ 을 사용하여 Netwon-Rahpson 방식으로 일정한 허용오차 이내로 수렴한 내재부도격발가치를 산출한다. 산출한 내재부도격발가치와 위의 초기값들 가지고 식 (3)을 기업총가치로 미분한 $\partial E/\partial V$ 을 사용하여 위와 같은 Netwon-Rahpson 방식으로 일정한 허용오차 이내로 수렴한 새로운 기업총가치를 산출한다. ③ 단계: 이상의 절차를 고정기간동안 반복하여 초기값들을 사용한 내재부도격발가치와 새로운 기업총가치를 확보한다. 확보한 기업총가치를 사용하여 기업총가치

의 일별수익률을 계산하고 그 평균을 기업수익률 μ 로, 그 변동성을 새로운 기업변동성 σ 로 갱신한다. ③ 단계에서 확보한 새로운 일별 내재변동성, 일별 기업총가치와 새로운 기업변동성, 기존 변수들(만기, 리베이트)을 사용하여 다시 ②, ③ 단계를 거쳐 새로운 기업변동성을 확보한다. ④ 단계: 기존 기업변동성과 갱신된 기업변동성이 일정한 허용오차 이내로 수렴할 때까지 해당 고정된 기간동안 ②, ③ 단계를 반복한다. 해당기간에 대해 수렴된 변동성이 추출되면 전진귀납방식의 경우 1영업일 앞으로 후진귀납방식의 경우 과거시점 1영업일 뒤로 이동하여 ① 단계를 실시하고 ④ 단계를 완료될 때까지 ②, ③ 단계를 반복한다. 이와 같은 절차를 일자별로 실증연구 대상기간에 걸쳐 실시하여 기업총가치 확률변수를 구성하는 모수들(V, μ, σ)와 일별 내재부도격발가치(H)를 추정한다.

Vassalou and Xing (2004)와 Gharghori et al. (2006)은 모수산출을 위한 고정기간을 1년으로 수렴임계치를 10^{-4} 으로 설정하였다. Bharath and Shumway (2008)은 변동성 산출기간은 1년, 수렴임계치는 10^{-3} 으로 설정하였다. 구조형 신용위험평가모형을 사용하는 반복갱신법 및 MLE 방식의 일별자료에 대한 고정기간은 1년이다(Duffie et al. 2007; Wang and Chou 2007; Wong and Choi 2009; Chen et al. 2009a; Chen et al. 2010). 본 연구는 1,2단계반복갱신법을 사용하는 모형에서 수렴임계치를 10^{-4} 으로 설정하고 변동성산출기간을 250 영업일로 정한다.

2.1.2. LT모형의 부도격발가치 산출을 위한 2단계반복갱신법

LT (1996) 모형에서 부도격발가치는 기업의 주식 시가총액의 가치를 극대화하기 위해 설정된다. 부도격발가치를 유도하기 위하여 LT모형은 파산이 일어나지 않을 경우 기업은 일정 만기 T 의 부채를 연속해서 상환연장한다고 가정한다. 부채의 만기에 다가갈수록, 원금과 만기가 같은 부채로 갱신된다. 총부채원금은 이자 c 를 지불하는 K 수준으로 계속 유지된다. LT모형에서 최적 부도격발가치는 다음과 같이 주어진다. 각 모수에 대해서 LT 모형은 부도격발가치 H_{LT} 는 만기 T , 자산변동성 σ , 무위험이자율 r 에 대해 감소함수이고 파산비용 $D(c)$ 대하여 증가함수이다. 그리고 원금 K 의 증가분 보다 더 크게 증가한다. 여기서 ν 는 법인세, c 는 부채비용이다.

$$H_{LT} = \frac{\left(\frac{c}{r}\right)\left(\frac{\Lambda}{rT} - \Xi\right) - \frac{\Lambda K}{rT} - \frac{\nu c \psi}{r}}{1 + D(c)\psi - (1 - D(c))\Xi} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A &= 2\alpha e^{-rT} N(\alpha\sigma\sqrt{T}) - 2\beta N(\beta\sigma\sqrt{T}) \\
 &\quad - \frac{2}{\sigma\sqrt{T}} n(\beta\sigma\sqrt{T}) + \frac{2e^{-rT}}{\sigma\sqrt{T}} n(\alpha\sigma\sqrt{T}) + (\beta - \alpha) \\
 E &= -\left(2\beta + \frac{2}{\beta\sigma^2 T}\right) N(\beta\sigma\sqrt{T}) - \frac{2}{\sigma\sqrt{T}} n(\beta\sigma\sqrt{T}) + (\beta - \alpha) + \frac{1}{\beta\sigma^2 T}, \\
 \alpha &= \frac{\left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma^2}, \quad \beta = \frac{\left((\alpha\sigma^2)^2 + 2r\sigma^2\right)}{\sigma^2}, \quad \psi = \alpha + \beta,
 \end{aligned}$$

실증분석을 위해 부채의 이자비용(c)을 산출하기는 상당히 어렵다. 왜냐하면 기업의 부채는 다양한 만기를 가진 채권 뿐만 아니라 은행 대출금, 선수금 등이 포함되어 있기 때문이다. Lally and Smith (1997)은 부채비용이 무위험이자율에 0.5~1.5%의 프리미엄을 붙인 수준이라고 보고하고 있다. 본 연구는 실증분석을 위해서 부채의 자본비용을 다음과 같이 산출하였다. 제조업 표본에서 순금융이자보상배율이 존재하는 경우가 비율을 근거로 부채비용을 산출하였다. 금융업(은행, 보험, 증권, 중금)인 경우 대출채권이자율 혹은 예수금 평균이자율로 추정하였다. 해당 기업에 대해서 부채비용을 추정할 만한 계정이 없는 경우, 제조업은 회사채수익률로 금융업의 경우 산금채수익률로 대체하였다. 본 연구에서 이용하는 각종 채권의 이자율은 금융투자협회 채권정보서비스에서 제공하는 일별 최종호가수익률을 기준으로 선정하였다. 무위험이자율은 1년만기 통화안정증권으로 1993년 7월 1일부터 제공된다. 1년 산금채의 경우 1995년 5월 2일부터 제공되는 호가수익률을 기준으로 하였다. 제조업의 3년 무보증 회사채수익률은 1993년 7월 1일부터 2000년 9월 30일까지 사용하였고, 2000년 10월 1일 이후 3년 회사채AA와 3년 회사채BBB의 평균을 사용하였다. 이상의 방식으로 산출한 부채비용은 연속복리형태로 표현하였다. 법인세비용은 손익계산서상 법인세비용항목을 사용하였으며 법인세차감전손익 대비 연속복리법인세율로 조정하였다. LT모형에 필요한 파산비용($D(c)$)에 대한 국내 자료는 입수할 수 없어서 Leland (2004)에서 이용한 0.30를 사용하였다.

LT모형에서 2단계반복갱신법은 다음과 같이 실시한다. ① 단계: DOC 구조형 신용위험평가모형구성을 위해 필요한 변수(V, r, τ, σ, E)와 더불어 부채비용, 법인세율, 파산비용과 같은 변수들 사용하여 부도격발가치의 초기값을 일별로 산출한다. 해당 부도격발가치 초기값은 갱신전까지 고정기간동안 유지된다. ② 단계: 산출한 부도격발가치와 위의 초기값들 가지고 식 (3)을 기업총가치로 미분한 $\partial E / \partial V$ 을 사용하여 Newton-Rahpson 방식으로 일정한 허용오차 이내로 수렴한 새로운 기업총가치를 산출

한다. ③ 단계: 이상의 절차를 고정기간동안 반복하여 초기값들을 사용한 새로운 일자별 기업총가치를 확보한다. 확보한 기업총가치를 사용하여 기업총가치의 일별수익률을 계산하고 그 평균을 기업수익률 μ 로, 그 변동성을 새로운 기업변동성 σ 로 갱신하고 부도격발가치도 식 (4)를 사용하여 갱신한다. ③ 단계에서 확보한 새로운 일별 기업총가치와 새로운 기업변동성, 새로운 부도격발가치를 기존 변수들($r, c, \tau, D(c), \nu$)을 사용하여 부도격발가치를 다시 ②, ③ 단계를 거쳐 새로운 기업변동성과 부도격발가치를 확보한다. ④ 단계: 기존 기업변동성과 갱신된 기업변동성이 일정한 허용오차 이내로 수렴할 때까지 해당 고정된 기간동안 ②, ③ 단계를 반복한다. 해당기간에 대해 수렴된 변동성이 추출되면 전진귀납방식의 경우 1영업일 앞으로 후진귀납방식의 경우 과거시점 1영업일 뒤로 이동하여 ① 단계를 실시하고 ④ 단계가 완료될 때까지 ②, ③ 단계를 반복한다. 이와 같은 절차를 일자별로 실증연구 대상기간에 걸쳐 실시하여 기업총가치 확률변수를 구성하는 모수들(V, μ, σ)와 일별 부도격발가치(H)를 추정한다.

2.1.3. LS모형의 부도격발가치 산출을 위한 1단계반복갱신법

LS모형에서 부도격발가치는 부도시 부채의 잔존가치이며 식 (5)과 같이 부채의 원금과 이에 상응하는 부도시잔존율(θ)로 산출한다. Leland (2004)는 부도시 잔존율과 파산비용($D(c)$) 및 부도시회수율(R)에 대해서 식 (6)과 같은 관계식을 도입하였다. 즉 부도시회수율은 부도시 부채의 잔존율에서 파산비용을 차감한 비율이다. 금융투자협회 채권정보서비스에서 2001년부터 2004년까지 제공한 부도시회수율 자료 가운데 대기업 부도시회수율 3년 평균값 31.95%를 적용한다.⁶⁾ 이를 적용할 경우 부채의 잔존율 θ 는 45.6%로 산출된다.

$$H_{LS} = \theta K, \quad \theta \in [0,1] \tag{5}$$

$$R = (1 - D(c))\theta \tag{6}$$

LS모형은 본래 확률과정 무위험이자율모형을 채택한다. Leland (2004)는 모형 비교 분석에서 고정된 무위험이자율을 이용하였다.⁷⁾ 본 연구는 기업부도확률 예측성과를

6) Leland (2004)에서 0.3의 파산비용이 51.2%에 해당하는 부도시회수율에 해당한다고 밝히고 있다. 이 점을 감안하면 본 연구의 파산비용을 과소 추정된 값일 수 있다.

7) Eom et al. (2004)는 구조모형을 사용하여 단순부채구조를 가진 182개의 채권가격을 평가하는 실증분석모형을 설정할 때, Nelson and Siegel (1987) 및 Vasicek (1977) 모형을 이용하여 확률과정을

분석적으로 연구한 Leand (2004)의 방식을 따른다.

LS모형에서 1단계반복갱신법은 다음과 같이 실시한다. ① 단계: 필요한 변수(V, r, τ, σ, E)와 더불어 부도격발가치 H_{LS} 를 부채의 장부가치에 부도시회수율을 곱하여 산출한다. ② 단계: 산출한 부도격발가치와 위의 초기값들 가지고 식 (3)을 기업총가치로 미분한 $\partial E/\partial V$ 을 사용하여 Netwon-Rahpson 방식으로 일정한 허용오차 이내로 수렴한 새로운 기업총가치를 산출한다. ③ 단계: 이상의 절차를 고정기간동안 반복하여 초기값들을 사용한 새로운 일자별 기업총가치를 확보한다. 확보한 기업총가치를 사용하여 기업총가치의 일별수익률을 계산하고 그 평균을 기업수익률 μ 로, 그 변동성을 새로운 기업변동성 σ 로 갱신한다. ④ 단계에서 확보한 새로운 일별 기업총가치와 새로운 기업변동성을 기존 변수들($V, r, \tau, \sigma, E, H_{LS}$)을 사용하여 다시 ②, ③단계를 거쳐 새로운 기업변동성을 확보한다. ④ 단계: 기존 기업변동성과 갱신된 기업변동성이 일정한 허용오차 이내로 수렴할 때까지 해당 고정된 기간동안 ②, ③단계를 반복한다. 해당기간에 대해 수렴된 변동성이 추출되면 전진귀납방식의 경우 1영업일 앞으로 후진귀납방식의 경우 과거시점 1영업일 뒤로 이동하여 ① 단계를 실시하고 ④ 단계가 완료될 때까지 ②, ③ 단계를 반복한다. 이와 같은 절차를 일자별로 실증 연구 대상기간에 걸쳐 실시하여 기업총가치 확률변수를 구성하는 모수들(V, μ, σ)을 추정한다. 이상의 1단계반복갱신법 절차는 Crosbie and Bhon (2003) 및 Vassalou and Xing(2004)에서 DD 모형에서 적용한 절차와 동일하다.

Liu et al. (2007)은 자신의 연구에서 위에서 LS 모형에 사용한 1단계반복갱신법을 DLC(double loop converge)라고 명명하였다. DLC법은 고정된 부채격발가치를 가지는 장벽옵션의 모수추정방식으로 Crosbie and Bhon (2003) 및 Vassalou and Xing(2004) 등에서 DD 모형에 적용한 1단계반복갱신법과 비교하여 모형을 구성하는 방정식으로 기업변동성의 수렴오차가 일정수준이하로 낮아질 때 기업총가치와 기업변동성을 추정한다는 점에서 다르지 않다. 다만 조정된 장벽옵션 방정식을 이용하므로 일반형 옵션에 비하여 방정식이 복잡하다. Fitch 모형은 부채의 가치를 구하는 방정식을 사용하며 본 연구의 LS 모형은 시가총액에 대한 방정식을 사용한다.

2.1.3. 회계정보기간 부도격발가치 산출 모형(AccDOC)

회계정보기반 부도격발가치 모형은 ① DOC 모형에서 추정된 내재부채격발가치

무위험이자율모형을 구성하였다.

H_{DOc} 를 종속변수로 놓고 회계정보 자료를 변수로 사용하여 회귀방정식을 추정한다. ② 앞의 회귀방정식의 추정된 계수를 이용하여 회귀식으로 예측한 부채발생가치를 산출하고 이를 사용하여 부도확률을 산정한다. 회계변수는 장기부채비율(LDR), 부채비중(DP), 기업 주식의 시가총액(MKT)이다.

$$H_{AccDOc} = f(LDR, DP, MKT) \quad (6)$$

AccDOC 모형은 회계정보를 이용한 회귀식으로 LS, LT, 및 Merton DD 모형에 대비하여 부도예측성과를 비교하기 위한 모형으로 설정하였다. 한편으로 회계 자료를 이용한 Altman(1968) Z모형의 대안으로 평가할 수 있다. 회계정보를 이용한 Altman Z모형은 여러 연구결과 옵션형 부도확률보다 부도예측성과가 우수하지 못하다고 나타났다(Brockman and Turtle 2003; Hillegesit et al. 2004; Gharghori et al. 2006). 본 연구는 회계정보의 부도확률 추정상 유용성을 평가하기 위하여 Altman Z모형의 대안으로 AccDOC모형을 이용한다.

지금까지 설명한 DOC, LS, LT, 및 AccDOC 모형은 Down and Out Call 옵션 형태로 분류할 수 있다. Brock and Turtle (2003)의 연구에 근거하여 Down and Out Call 옵션 구조에 따르는 기업의 파산문제에 적용하기 위한 각 모형의 위험중립 부도확률을 이용하였다. 본 연구는 Leland (2004)에서 제시한 측도변환전 본측도에서 식 (15)과 같이 부도확률 $\rho.$ 을 산출한다.

$$\begin{aligned} \rho. = & N\left(\frac{(h-v) - \left(\mu - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) \\ & + \exp\left(\frac{2\left(\mu - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)(h-v)}{\sigma^2}\right) \\ & \left[1 - N\left(\frac{-(h-v) - \left(\mu - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)\right] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $h = \ln H$ 이고 $v = \ln V$ 이다. 본 연구는 식 (7)을 사용하여 DOC, LS, LT, 및 AccDOC 모형의 부도확률을 산출한다.

2.1.4. DD모형의 기존반복갱신법

DD모형을 이용하여 부도확률을 추정하는 절차는 Vassalou and Xing (2004)에서 제시한 반복갱신법을 따른다. 만기시 부도격발가치 H_{MDD} 를 식 (8)와 같이 산정한다. 파산거리(DD)를 식 (9)와 같이 산정한다. DD는 기업의 자산가치가 하락하여 부도격발가치 수준에 도달할 수 있는 거리를 자산가치의 표준편차의 배수로 측정한다. 반복갱신법을 통해서 추정된 부도격발가치 H_{MDD} , 현재 자산가치 $V(0)$, 자산변동성 σ 을 사용하여 DD를 산출하고 식 (10)을 이용하여 부도확률을 계산한다.

$$H_{DD} = D_S + \frac{1}{2}D_L \quad (8)$$

$$DD(t) = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{H_{DD}}\right) - \left(\mu - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (9)$$

$$\rho_{DD} = N(-DD(t)) \quad (10)$$

2.1.5. 역사적변동성법을 사용한 모수추정

본 연구는 Brockman and Turtle (2003)에서 이용한 역사적변동성법을 사용한다. Eom et al. (2004)은 채권가격결정을 위해 변동성산출기간을 영업일 기준 30일, 60일, 100일, 150일 등을 이용하였다. 이와 같은 방식의 역사적 변동성은 구조형 부도확률을 또는 채권가격결정 모형에서 이용되었다(Eom et al. 2004; Bharath and Shumway 2008). 본 연구는 부채의 장부가치에 시가총액을 합산한 기업총가치(V_{HV}) 250일 이동평균의 표준편차를 전·후진귀납방식 역사적변동법을 적용한 기업변동성(σ_{HV})으로 사용한다. 역사적변동성법 DOC모형의 내재부도격발가치는 변수들 V_{HV} , σ_{HV} , r , τ , K , E 과 식 (3)을 부도격발가치로 미분한 $\partial E/\partial H$ 을 사용하여 Netwon-Rahpson 방식으로 일정한 허용오차 이내로 수렴한 내재부도격발가치 H_{HVDOC} 를 산출한다. 산출된 H_{HVDOC} 와 DOC모형을 구성하는 나머지 변수들(V_{HV} , σ_{HV} , r , τ , K , E)를 식 (7)에 대입하여 전·후진귀납방식 역사적변동성법 DOC모형 부도확률을 산출한다. 역사적변동성법 LT모형의 부도격발가치 H_{HVLT} 는 LT모형

모수추정을 위한 2단계반복갱신법에서 부도격발가치 초기값을 산정하는 절차를 V_{HV} , σ_{HV} 를 가지고 동일하게 밟아 계산한다. 산출된 H_{HVLT} 와 LT모형을 구성하는 나머지 변수들(V_{HV} , σ_{HV} , r , τ , K , E)를 식 (7)에 대입하여 전·후진귀납방식 역사적변동성법 LT모형 부도확률을 산출한다. LS모형의 부도격발가치 H_{LS} 는 고정되어 있으므로 H_{LS} 와 LS모형을 구성하는 나머지 변수들(V_{HV} , σ_{HV} , r , τ , K , E)를 식 (7)에 대입하여 전·후진귀납방식 역사적변동성법 LS모형 부도확률을 산출한다. 마지막 DD모형의 만기 부도격발가치 H_{MDD} 역시 고정되어 있으므로 H_{MDD} 와 DD모형을 구성하는 나머지 변수들(V_{HV} , σ_{HV} , r , τ , E)를 식 (9)와 식 (10)에 대입하여 전·후진귀납방식 역사적변동성법 DD모형 부도확률을 산출한다. 역사적변동성법에서 부도확률을 산출할 때, 250일 이동평균 기업수익률을 사용하지 않고 무위험이자율을 사용하여 Brockman and Turtle (2003)에서 추정하는 위험중립 부도확률을 구성한다. 위험중립 부도확률로 구조형 신용위험평가 모형을 비교하는 연구는 Chen et al. (2009a)와 Chen et al. (2010)을 들 수 있다.

2.1.6. 연립방정식법을 사용한 모수추정

Merton (1974)에서 제안한 연립방정식법을 본 연구에서 구현하였을 때 1/3 가량의 표본에서 추정을 하지 못하여 Crosbie and Bhon (2003)에서 지적한 대로 열등한 추정결과를 나타내었다. 일반옵션방식인 DD모형보다 복잡한 장벽옵션의 추정결과 역시 신뢰할 수 있는 수준이 아니므로, 본 연구는 연립방정식법으로 2/3 가량 추정된 모수인 V_{EQ} 와 σ_{EQ} 를 사용하여 역사적변동성법에서 모형별 부도확률을 산출하는 방식을 밟는다. 단 연립방정식법에서 사용하는 기업수익률 모수는 DD모형을 기존 반복갱신법을 적용하여 산출한 기업수익률 모수 μ_{DD} 를 사용한다. 왜냐하면, Hillegeist et al. (2004)와 Campbell et al. (2008)에서 기업수익률 모수를 추정할 때, 1기전 기업총가치 $V_{EQ,t-1}$ 에 대한 당기 기업총가치 $V_{EQ,t}$ 의 로그수익률 값을 연립방정식법 기업수익률 μ_{EQ} 로 사용하는데 표본의 기간이 맞물려 추정되지 않는 경우도 상당수 발생하여 결측치가 늘어나게 되기 때문이다. <표 2>에서 지금까지 전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신법, 역사적변동성법, 연립방정식법을 각 모형에 적용하기 위해 사용하는 모수의 목록을 정리하였다.

[표 2 자리]

3. 부도예측성과 실증연구

3.1. 표본의 구성

본 연구는 Dichev (1998)의 연구방식에 따라 파산을 포괄적으로 정의한다. 본 연구에서 파산은 부도, 유동성부족, 또는 열등한 기업성과 등으로 말미암은 상장폐지기업을 포함한다. 열등한 기업성으로 인한 상장폐지는 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째, 법원의 결정에 의해 해산이 결정된 기업에 대한 상장폐지, 둘째, 적어도 2년 이상 동안 지속된 장기적으로 성과가 나쁜 경우와 재무건전성이 저해된 경우에 대한 상장폐지를 의미한다. 기업 성과가 열등하다고 분류되는 기준은 당기순이익이 음(-)이고 보유이익(retained earning)이 음(-)인 경우이다. 기업의 재무건전성이 저해되었다고 분류되는 기준은 총자본이 음(-) 또는 '0'에 가까운 경우이다. 기업의 파산에 대한 정의에 이어 기업의 파산일을 상장폐지일로 정의한다.

상장폐지 사건과 부도 사건은 실무적으로 다른 사건일 뿐만 아니라 발생시점도 다르다. 실무에서는 1차 부도, 2차 부도와 같은 금융기간의 유예기간과 다양한 협상 과정이 진행되고 실제 부도가 일어난 시점에서 최종 부도가 선언되는 시점까지 많은 시간이 요구된다. 따라서 부도확률을 추정하여 신용위험을 연구하는 대부분의 실증연구는 이 부도사건에 대하여 연구자의 관심에 따라 서로 다른 관점에서 정의하게 된다. 본 연구는 Dichev (1998) 이후 여러 실증연구에서 적용된 (Brockman and Turtle 2003; Hillegesit et al. 2004; and Gharghori et al. 2006) 이상의 개념으로 부도사건을 정의한다.

실증분석을 위해 이용한 한국 기업 및 주식자료는 1994년 1월부터 2008년 12월 자료이다. 주가수익률자료는 KSRI 일별자료를 이용하였고 기업자료는 TS2000 분기자료를 이용하였다. 분기자료가 제공되지 않는 시기는 반기 또는 연간 자료를 이용하였다. 종목별 일별 시가총액은 TS2000에서 제공하는 보통주 주식수에 KSRI가 제공하는 조정된 주가를 곱하였다. 종목별 일별 기업총가치는 이상의 절차로 구한 시가총액에 해당 종목의 대응하는 기간의 총자산에서 총자본을 제외한 가치를 부채로 정의하고 이를 합산하여 산출하였다. KSRI 일별 주식수익률 자료의 조정된 주가는 거래정지사유가 발생하는 기간동안 에러코드를 삽입되고 해당 기간동안 주가가 존재하지 않는다..

특히 상장폐지 대상 종목의 경우 1년 혹은 넘게 거래정지 상태인 경우가 많다. 연구 설계에서 상장폐지일을 부도사건일로 정의하였기 때문에 상장폐지일전을 포함한 거래 정지 상태의 주가가 직전 주가와 동일하다고 가정하고, 즉 시가총액이 거래정지기간 동안 직전거래일 상태로 유지된다고 보고 자료를 구성한다. 만일 상장폐지일전 거래 정지 시점을 기준으로 표본외 검정 등 본 연구에서 수행하는 실증분석을 실시할 경우 1년 표본외 검정은 실제 2년 혹은 3년 표본외 검정결과로 나타나게 될 것이다. 표본 대상 종목군은 제조업외 금융업(은행, 보험, 증권, 종금)을 포함한다. 여신금융업 (표본 수 3개), 투자금융업 (표본 수 1개), 신용금고업에 해당하는 상호저축은행은 표본에서 제외되었다. 본 연구에서 사용하는 동안채 1년, 산금채 1년, 회사채 이자율은 금융투자협회 채권정보서비스에서 제공하는 최종호가수익률을 사용하였다. 무위험이자율의 대응치로 사용한 동안채 1년 이자율은 1993년 7월부터 제공된다. 이에 맞추어 개별 종목의 모수 추정방법의 적용을 1994년을 기준으로 1년 전인 1993년부터 반복 갱신법을 위한 모수추출기간을 시작하였다. 표본기간은 1994년 1월부터 2008년 12월로 한정하였다. <표 3>에 주요 변수의 요약 통계량을 제시한다.

[표 3 자리]

연도별 중복을 허용한 총 종목은 10,935개이며 이 가운데 본 연구에서 정의된 ‘부도’사건으로 처리된 종목은 235개이다.⁸⁾ 부도발생 기업을 부도집단으로 분류한 표본수는 2163개, 부도가 발생하지 않은 기업을 계속집단으로 분류한 표본수는 8772개이다. 각 모수추정법 추정수는 1단계 반복갱신법을 적용한 경우가 손실이 가장 적었다. 반면 연립방정식법의 경우 약 1/3정도의 표본에 대해서 추정하지 못하였다. 기업변동성 추정량을 250일 이동평균 주식수익률 변동성과 표준편차를 기준으로 비교해보면 1·2단계 반복갱신법은 주식수익률 변동성에 비해 2배 이상 크며, 연립방정식법의 경우 그 크기가 비슷하다. 그리고 부도격발가치가 고정된 모형인 LS, DD모형에서 표준편차가 1이상 나타나며, 이 모형들의 경우 표준편차의 최대값의 크기가 다른 모형에 비해 100배에서 20배 이상 차이가 나타나고 있다. 즉 1단계 반복갱신법을 적용하는 고정 부도격발가치 모형들은 기업총가치, 기업수익률, 기업변동성 모수 추정량이 불안정하다고 판단된다. 반면 2단계 반복갱신법으로 일별 부도격발가치를 추정하는 모형들은 이동평균 주식수익률 변동성보다도 작은 최대값을 보여주며 안정된 모수추정량을

8) 연도별 상장 종목수와 상장폐지 기준 부도 종목수는 <부록 표 1>을 참조하라.

산출하는 것으로 파악된다.

3.2. 표본의 검정

각 모형별 부도확률의 예측성과를 비교하기 위하여 표본의 검정을 로짓 회귀분석을 이용하여 실시한다. 표본의 검정을 통한 부도확률 예측성과 비교를 위해서 2단계 반복갱신법을 사용하지 않은 모형들은 DOC 내재부도격발가치와 LT모형의 부도격발가치를 각 모수추정법이 제공하는 모수들을 사용하여 산출한다. 역사적변동성법은 V_{HV} , σ_{HV}^{BWD} , σ_{HV}^{FWD} 을 사용하여 BHVDOC, BHVLT, FHVDOC, FHVLT의 부도확률을, 1단계반복갱신법은 V_{1stDD}^{BWD} , σ_{1stDD}^{BWD} , μ_{1stDD}^{BWD} , V_{1stDD}^{FWD} , σ_{1stDD}^{FWD} , μ_{1stDD}^{FWD} 을 사용하여 B1stDDDOC, B1stDDLT, F1stDDDOC, F1stDDLT의 부도확률을, 연립방정식법은 V_{EQDD}^{BWD} , σ_{EQDD}^{BWD} , μ_{EQDD}^{BWD} , V_{EQDD}^{FWD} , σ_{EQDD}^{FWD} , μ_{EQDD}^{FWD} 을 사용하여 BEQDOC, BEQLT, FEQDOC, FEQLT의 부도확률을 산출한다. AccDOC 모형에서 이용한 회귀식은 먼저 DOC 모형에서 추정된 H_{DOC} 를 LDR , DP , MKT 를 사용하여 회귀식을 구성하고 추정된 계수를 가지고 H_{AccDOC} 를 산출한다. 회귀식은 식 (11)과 같다. 선형과 비선형 회귀식의 조합 가운데 가장 좋은 추정치를 보여준 회귀식을 선정하였다.

$$\begin{aligned}
 H_{AccDOC} = & \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 \ln(LDR_{i,t}) + \hat{\beta}_2 (\exp(DP_{i,t}) - 1) \\
 & + \hat{\beta}_3 \ln(LDR_{i,t}) \times (\exp(DP_{i,t}) - 1) + \hat{\beta}_4 \ln MKT_{i,t} \\
 & + \hat{\beta}_5 \ln(LDR_{i,t}) \times \ln MKT_{i,t} + \hat{\beta}_6 (\exp(DP_{i,t}) - 1) \times \ln MKT_{i,t} + \epsilon_{i,t}
 \end{aligned} \tag{11}$$

산출한 각 모형별 부도확률을 사용하는 로짓모형의 우도함수를 식 (12)에서 표현한다.

$$L(\beta; \rho_i, y_i) = y_i \log\left(\frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}\right) + (1 - y_i) \log\left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}\right), \tag{12}$$

여기서, ρ_i 는 각 종목의 i 번째 각 모형별 부도확률, β 는 로짓회귀계수, $y_i = 1$ 은 ‘부도’, $y_i = 0$ 는 ‘계속’을 의미한다. 부도확률은 식 (12)를 사용하여 산출한다.

$$\pi_i = \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)} \tag{13}$$

시계열 표본의 검정 절차는 다음과 같다. ① 기준년 이전 표본으로 식 (12)을 사용하여 로짓분석을 실시한다. ② 이 로짓모형의 추정계수 $\hat{\beta}$ 를 이용하여 기준년의 종목별 부도확률 $\hat{\pi}_i$ 을 식 (13)를 사용하여 산출한다. ③ 새로 산출된 부도확률 $\hat{\pi}_i$ 를 대상으로 식 (12)을 사용한 로짓분석을 다시 실시한다. 시계열 표본의 검정은 위의 절차 ①, ②, ③을 통해서 실시하였다. 횡단면 표본의 검정은 절차 ①에서 기준년 이전 표본으로 80%의 표본을 랜덤하게 추출하고 절차 ②에서 나머지 20% 표본으로 로짓 회귀분석을 실시한다. 로짓모형을 이용한 표본의 검정은 Brockman and Turtle (2003), 류근관 (2004), Bharath and Shumway (2008)에서 나타난다. 최종 로짓분석에서 추정된 계수 $\hat{\beta}$ 의 유의수준과 얼마나 정확하게 분류하는가를 나타내는 부합도(concordant)가 <표 4>에 병기되어 수록되어 있다.

[표 4 자리]

<표 4> 로짓 분석결과에서 볼 수 있듯이 모수추정법과 관계없이 DOC모형이 모든 표본의 검정에서 1% 수준으로 유의하고 후진귀납방식 DOC모형의 경우 1년, 3년 후 및 횡단면 표본의 검정의 부합도가 역사적변동성법 보다 높게 나타났다. 기타 다른 모형 가운데 DOC 모형에 견줄만한 모형적합성을 가지는 대안은 없다.⁹⁾ LT모형은 로짓회귀계수의 유의수준의 변화가 모수추정법에 의해서 극명하게 대비된다. 역사적변동성법을 사용할 경우 LT모형은 전진귀납방식에서 전체 표본의 검정이 10% 유의수준으로 회귀계수가 유의하지 않았고 후진귀납방식도 1년 시계열 표본의 검정을 제외하고는 10% 유의수준으로 회귀계수가 유의하지 않았다. LS모형 모형에 맞는 반복갱신법을 적용한 경우가 역사적변동성법을 적용한 경우보다 부합도가 향상되고 회귀계수의 유의수준도 개선된다. DD 모형은 전·후진귀납방식 반복갱신법과 관계없이 역사적변동성법보다 열등한 성과를 나타내고 있다. Bharath and Shumway (2008)는 Merton (1974)모형을 사용한 표본의 검정에서 역사적변동성법으로 추정된 부도확률의 예측성파가 반복갱신법으로 산출한 예측성파보다 우수하다고 보고한다. 본 연구의 결과는 Bharath and Shumway의 연구 결과와 일치한다. AccDOC 모형은 2단계 반복갱신법을 사용한 패널을 제외한 모든 모형에서 회귀계수가 유의하였고 DOC모형 보다 높은 부합도를 나타내는 결과도 나타났다.

9) 모형의 적합성은 계수의 유의수준과 반드시 일치하지는 않으나, 현재 본 연구에서 구성한 로짓 분석은 하나의 독립변수로만 구성되어 있어 계수의 유의수준이 모형의 적합성을 1:1 관계이다.

채권 구조모형에서 주로 이용되는 예측의 정확도(AR: Accuracy Ratio)는 각 모형 신용위험 구분 식별능력(Discriminatory Power)을 비교하는 방법 방법이다. 실제 채권의 등급을 기준으로 하는 ROC(Receiver Operating Characteristic) 방법과 모형의 신용위험 순위 결정 능력을 비교하는 검정곡선방법(power curves)이 있다.¹⁰⁾ 이 두 방법의 측정방식은 개념적으로 일치한다.

검정곡선의 측정 방법은 다음과 같다. ① 실증분석 기준 모형의 부도확률을 내림차순으로 정렬한다. ② 정렬된 순서로 부도가 발생하지 않은 표본수로 누적 순위 비율(P_{RS})을 산출한다. ③ 정렬된 순위를 기준으로 실제 부도가 일어난 횟수를 순위별로 누적합산한다. ④ 누적된 실제부도 사건 수를 표본의 총 부도사건 표본 수로 나누어 순위별 누적 부도비율(P_{HS})을 산출한다.

$$P_{RS} = \frac{CN(DP)}{N(S)}$$

여기서 $CN(DP)$ 는 파산확률기준 해당 순위에서 측정된 누적 표본 수이고, $N(S)$ 는 파산확률 순위 결정에 이용된 부도가 발생하지 않은 표본수이다.

$$P_{HS} = \frac{CN(Default)}{N(DS)}$$

여기서 $CN(Default)$ 는 파산확률기준 해당 순위에서 측정된 누적 파산 표본 수이고, $N(DS)$ 는 파산확률 순위 결정에 이용된 총 부도 표본 수이다.

실증분석 모형의 성과는 검정곡선이 가파를수록 좋다. 즉 검정곡선이 원편 끝에 가깝고 점 (0,1) 에 근접할수록 부도확률의 신용위험 측정 성과가 좋다고 해석할 수 있다. AR이 0이면 검정능력이 없다고 해석하며 임의로(randomly) 추정된 부도확률로서 성과를 측정하는 방법과 결과가 같다. Graph 2에서 45° 선은 임의 추정 부도확률의 검정곡선을 의미한다. AR이 1이면 완벽한 식별능력을 가진 모형을 의미한다. AR은 식 (20)과 같이 정의한다. Vassalou and Xing (2004)과 Duffie et al. (2007)에서 본 연구에서 제시한 예측의 정확도를 이용하고 있다. <표 6>에서 실증분석에 이용한 각 모형의 AR을 제시하였다.

10) ROC 측정방법에 대한 보다 자세한 내용은 Hui et al.(2005)를 참조하라. 검정 곡선에 대한 보다 자세한 내용은 Crosbie and Bhon (2003)을 참조하라.

$$AR = \left[2 \int_{P_{RS} \in [0,1]} P_{HS}(P_{RS}) d(P_{RS}) \right] - 1 \tag{14}$$

[표 6 자리]

모수추정방식과 관계없이 1년, 3년, 5년 후 부도예측 성과는 AR값을 기준으로 DOC방식이 우수한 성과를 나타내고 있다. 후진귀납방식 모형들의 AR값이 전진귀납방식 모형들의 AR값에 비하여 높게 나타난다. 모수추정방식 가운데 2단계반복갱신방식이 다른 변동성 추정방식에 비해 각 모형들의 AR값들이 비교적 일관된 순서로 나타나고 있다. 이 결과는 <표 5>의 로짓 회귀분석 결과와 일치한다. LT모형은 2단계반복갱신법을 적용할 때 두드러지게 AR 값이 향상된다. LS모형도 DD모형의 모수를 사용하는 방식보다 LS모형에 맞는 1단계반복갱신법을 적용할 때 보다 좋은 AR값을 나타낸다. DD은 역사적변동성 방식으로 측정한 AR값이 1단계반복갱신법보다 높게 나타난다.

3.2. Cox 비례위험모형 분석

각 모형별 기업부도확률이 부도시점을 설명하는가를 파악하기 위하여 Cox 비례위험모형 분석을 실시한다. Bharath and Shumway (2008)는 Cox 비례위험모형을 사용하여 반복갱신법으로 추정한 Merton (1974) DD모형 부도확률과 역사적변동성법으로 추정한 같은 모형의 부도확률을 비교하였다. 본 연구는 부도시점을 종속변수로 하는 Cox 비례위험모형을 구성하기 위하여 식 (15)를 사용한다.

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) \exp\left(\sum_{j \in \Theta} \beta_j X_j - \beta_0 \bar{t}\right) t^{\beta_0} \tag{15}$$

여기서 $\lambda(t) = -1/S(t) \cdot dS(t)/dt$ 로서 생존확률의 변화율 혹은 위험비이며 $S(t)$ 는 생존확률함수이다. t 는 생존기간이며 연도로 정의한다. \bar{t} 는 본 연구의 실증분석기간인 1994년부터 2008년까지 각 연도의 로그값에 대한 평균으로 7.6014이다. $\lambda_0(t)$ 는 각 모형별 부도확률이 최저값 '0' 가지며 나머지 변수들이 초기값을 가지는 경우의 위험비를 의미한다. Θ 는 38개 부도확률 추정모형들과 추가변수들 표현한다. 38개 부도확률 추정모형은 B2ndDOC, B2ndLT, B1stLS, B1stDD, F2ndDOC, F2ndLT, F1stLS, F1stDD, B1stDDDOC, B1stDDLT, B1stDDLS, F1stDDDOC,

F1stDDLT, F1stDDLS, BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD, FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD, BEQDOC, BEQLT, BEQLS, BEQDD, FEQDOC, FEQLT, FEQLS, FEQDD, B2ndAccDOC, B1stDDAccDOC, BHVAccDOC, BEQAccDOC, F2ndAccDOC, F1stDDAccDOC, FHVAccDOC, FEQAccDOC이다. 추가변수로는 로그값을 취한 해당 연도 시가총액과 부채 장부가액, 장부가액 대 시장가격비율, 전·후진 귀납방식으로 산출한 250일 주식수익률 이동평균 표준편차의 역수 등 5개이다. 본 연구의 Cox 비례위험모형에서 생존시간 연도, 시가총액과 부채의 장부가액은 모형에 포함되는 다른 변수에 비해 상대적으로 큰 값일 뿐만 아니라 시간이 지날수록 커지는 경향이 있다. 연구기간의 평균을 모형에 포함하여 마치 선형회귀분석의 절편과 같은 효과를 얻을 수 있다. 절편이 없어 회귀식 기하학적으로 가팔라지면 해당 회귀모형에서 척도(scale)가 작은 변수들의 유의성이 약해지는 경향이 있다. 본 연구는 위와 같은 회귀모형 설계상의 오류를 해소하는 차원에서 연구기간 연도의 평균 \bar{t} 을 Cox 비례위험모형에 포함시켰다.

1:2단계반복갱신법과 연립방정식법은 각각 기반이 되는 모형의 함수꼴을 바탕으로 자료생성과정(data generating process)을 진행하고 모수를 추정하여 부도확률에 사용한다. 반면 역사적변동성법은 자료생성과정을 거치지 않고 부도확률을 산출한다. 자료생성과정을 사용한 부도확률들이 기업의 부도를 예측하는 충분통계량인가에 초점을 맞추기 위해서 Cox 비례위험모형의 통제변수를 두 가지로 설정한다. ㉑: 역사적변동성법을 사용하는 8개 모형들의 부도확률을 통제변수로 설정한다. (BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD, FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD) ㉒: 기업의 크기와 부채의 규모, 기업의 재무적 곤란정도, 및 주가의 변동성 등 5개 변수를 위의 ㉑ 부도확률들에 포함한 13개 통제변수를 선정한다. 먼저 각각의 통제변수 집합을 전·후진귀납방식별로 적용하여 각 귀납방식별로 자료생성과정에서 추가적인 정보가 추출되는가를 Cox 비례위험모형으로 추정한 회귀계수 검정을 통해서 확인한다. 더 나아가 각각의 통제집합을 전·후진귀납방식을 망라하여 적용한다.

[표 6 자리]

<표 6>에서 Cox 비례위험모형으로 추정한 결과를 나타내고 있다. 모형 1에서 통제집단 ㉑는 후진귀납방식을 적용한 부도확률인 BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD이다. 후진귀납방식 1:2단계반복갱신법을 사용한 부도확률 변수들 가운데 2단계반복갱신법을 적용한 B2ndDOC, B1stLS모형과 1단계반복갱신법을 적용한

B1stDD 모형이 1% 유의수준으로 유의하였고 B2ndLT모형은 5% 유의수준에서 유의하였다. 후진귀납방식 1단계반복갱신법 B1stDD모형의 모수를 사용한 모형들은 통계적으로 유의하지 않았다(B1stDDDOC, B1stDDLTL, B1stDDLTL). 모형 2에서 통제집단 ㉔는 모형 1의 통제집단 ㉓에 5개의 추가변수를 통제집단에 포함한다. 모형 2의 계수들이 보여주는 결과는 후진귀납방식 2단계반복갱신법을 사용한 LT모형의 유의수준이 통계적으로 의미를 가지지 못한다는 점을 제외하고 모형 1과 큰 차이가 없다. 후진귀납방식으로 한정하여 볼 때, 2단계반복갱신법을 적용한 DOC모형과 각각의 모형에 맞는 1단계반복갱신법을 적용한 LS, DD모형의 자료생성과정은 충분통계량을 구성하는데 기여한다고 볼 수 있다.

모형 3에서 통제집단 ㉔는 전진귀납방식을 적용한 4개의 부도확률인 FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD이다. 전진귀납방식 1·2단계반복갱신법을 사용한 부도확률 변수들 가운데 2단계반복갱신법을 적용한 F2ndDOC모형과 1단계반복갱신법을 적용한 F1stDD 모형이 1% 유의수준으로 유의하였다. 전진귀납방식 1단계반복갱신법 F1stDD모형의 모수를 사용한 모형들 가운데 F1stDDLTL모형이 통계적으로 유의하였다. 모형 4에서 통제집단 ㉔는 모형 3의 통제집단 ㉓에 5개의 추가변수를 통제집단에 포함한다. 모형 4에서 전진귀납방식 2단계반복갱신법을 적용한 모형들은 통계적으로 유의하지 않았고, F1stDDLTL모형의 통계적인 유의성도 사라졌다. 그러나 DD모형의 부도확률 계수는 여전히 1% 유의수준에서 통계적으로 유의하였다. 전진귀납방식으로 한정하여 볼 때, 2단계반복갱신법 자료생성과정은 충분통계량을 제공하는데 기여하지 못한다고 볼 수 있다.

모형 5에서 통제집단 ㉔는 전·후진귀납방식을 적용한 8개의 부도확률인 BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD, FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD을 모두 포함한다. 모형 1에서 나타난 결과와 같이 후진귀납방식 1·2단계반복갱신법을 사용한 부도확률 변수들 가운데 2단계반복갱신법을 적용한 B2ndDOC, B1stLS모형과 1단계반복갱신법을 적용한 B1stDD 모형이 1% 유의수준으로 유의하였고 B2ndLT모형은 10% 유의수준에서 유의하였다. 전진귀납방식 2단계반복갱신법을 적용한 F2ndDOC모형과 1단계반복갱신법을 적용한 F1stDD모형이 1% 유의수준으로 유의하였다. 모형 6에서 통제집단 ㉔는 모형 5의 통제집단 ㉓에 5개의 추가변수를 통제집단에 포함한 13개로 이루어져 있다. 모형 6에서 후진귀납방식 2단계반복갱신법을 적용한 B2ndDOC모형과 1단계반복갱신법을 적용한 B1stLS모형은 여전히 1% 유의수준에서 통계적으로 유의하였으나, B2ndLT모형은 통계적인 유의성이 사라졌다. 전진귀납방식 DD모형은 여전히 1% 유의수준에서 통계적으로 유의하였고 후

진귀납방식 DD모형도 10% 유의수준에서 통계적인 유의성이 남아있었다. 전·후진 귀납방식으로 통틀어서 볼 때, DD모형으로 자료생성과정을 구성하는 1단계반복갱신법은 통계적으로 충분통계량을 제공한다고 판단된다. 이 결과는 Bharath and Shumway (2008)의 결과와 상반된다. 또한 2단계반복갱신법 자료생성과정은 후진귀납방식 DOC모형에서 충분통계량을 제공하는데 기여하고 LT모형에서는 부분적으로 기여한다고 판단된다.

일반적으로 Cox 비례위험모형에서 유의미한 계수를 가진 부도확률들은 음의 계수값을 가지며 모형 1, 2, 3, 4, 5, 6에 걸쳐 부호의 변화가 나타나지 않는다. 반면 AccDOC 계열의 부도확률 가운데 후진귀납방식은 1% 유의수준에서 모형 1, 2, 5, 6에서 모두 양수이다. AccDOC계열 전진귀납방식 부도확률은 모형 3, 4에서 1%의 유의수준에서 유의하면서 부호가 변한다. AccDOC계열 모형은 자료발생과정을 거치지 않고 회계정보를 사용하여 DOC모형에 대한 부도격발가치를 추정한다. 반면 LT모형은 다양한 회계정보를 모형에 반영하지만 2단계반복귀납법으로 자료발생과정을 구성하여 부도확률을 산출한다. 이 결과는 구조형 신용위험평가모형을 구성할 때 회계정보를 반영하면서 자료발생과정을 거치지 않는 경우 부도확률의 추정량의 일관성이 상실될 가능성이 존재함을 보여준다.

3.3. 강건성 분석

본 연구는 두 가지의 강건성 분석을 시행한다. 첫째, 부도확률 산출에서 자본조달비용 δ 를 제외한 표본의 검정을 실시한다. 본 연구에서 제시한 자본조달비용을 구성하는 절차 가운데 부채비용을 산출하는 부분은 선행연구가 거의 없다. 만일 본 연구에서 제시한 부채비용의 산출방식이 부도확률의 부도예측성과에 기여하는 바가 없다면 표본의 검정의 결과는 거의 변화가 없을 것이다. 반대로 자본조달비용을 제거한 표본의 검정 예측성과가 기존의 성과보다 저조하다면 본 연구에서 제시한 자본조달비용에 대한 구성절차는 부도확률의 부도예측성과를 최소한 저해하지는 않는다고 판단할 수 있다. 둘째, 부도확률 산출과정에서 자본조달비용을 제외하고 추정된 기업수익률 μ 대신 무위험이자율을 도입한다. 만일 무위험이자율만으로 추정한 각 모형별 부도확률의 표본의 검정 예측성과가 기업수익률 모수를 추정하여 부도확률을 산출한 모형들의 그 예측성과와 차이가 없거나 우수하다면, 자료발생과정으로 형성한 기업수익률 모수가 부도확률의 예측성과에 기여하는 바

가 없다고 판단할 수 있다. 그와 반대로 자료발생과정을 거친 모수를 가지고 추정된 부도확률 예측성과가 보다 효과적이라면 무위험이자율만으로 실증분석을 수행할 경우 자료발생과정을 거치지 않은 정보의 손실과 같은 비효율성이 존재한다고 볼 수 있다.

본 연구는 두 가지 강건성 분석을 수행하기 위해서 전·후진귀납방식 2단계반복갱신법을 사용하는 모형인 B2ndDOC, B2ndLT, F2ndDOC, F2ndLT와 1단계반복갱신법을 적용하는 모형인 B1stLS, B1stDD, F1stLS, F1stDD에 대해서 본 연구의 실증연구에서 구성한 표본의 검정을 실시한다. <표 7>에서 두가지 강건성분석을 수행한 결과를 나타낸다.

[표 7 자리]

기업의 자본조달비용 δ 을 제외한 강건성분석 결과 전·후진귀납방식을 망라하여 만기전 부도격발가치를 요구하는 DOC, LT, LS 모형에서 자본조달비용을 제거한 모형에서 부합도가 다소 낮아지기는 했으나 회귀계수의 유의수준을 떨어지지 않았다. DD모형의 경우 자본조달비용을 제거한 모형에서 모든 부합도가 향상되었으며, 3년 시계열 표본의 검정의 회귀계수는 1% 유의수준에서 채택되었다. 본 연구의 자본조달비용 구성을 위한 절차가 부분적으로 유효할 수 있다고 판단한다.

반면에 무위험 이자율로 기업수익률과 자본조달비용을 대체한 강건성분석 결과 전·후진귀납방식을 망라하여 만기전 부도격발가치를 요구하는 DOC, LT, LD 모형에서 대체전에 비해 약 10%정도 부합도가 낮아졌고, 계수의 통계적인 유의성도 떨어지는 경향을 보이고 있다. DD모형의 경우는 대조적으로 계수의 유의수준이 전 회귀계수에 걸쳐서 1% 유의수준으로 채택될 뿐만 아니라 부합도도 괄목할만하게 향상되었다. 만기전 부도격발가치를 요구하는 모형과 DD모형에서 나타나는 이상반된 결과는 각각 다음과 같이 해석할 수 있다. 만기전 부도격발가치가 요구되는 모형은 각 모형에 맞는 반복갱신법을 통해서 부도확률의 예측성과를 개선할 수 있는 효과적인 모수들 (V, μ, σ)를 확보할 수 있다. 만기전 부도격발가치를 요구하지만 무위험 이자율로 기업수익률을 대신하여 구조형 신용위험평가모형의 부도예측성과를 비교하는 실증연구들 (Brockman and Turtle 2003; Chen et al. 2009; Chen et al. 2010)의 결과는 그 예측성과가 과소추정될 수 있다. DD모형의 경우 <표 4>의 주요 기술 통계량에서 살펴보았듯이 반복갱신법을 통해서 상당한 극단값을 가진 모수들이 추정된다. 따라서 안정성이 떨어지는 모수를 선택하기보다 무

위험이자율 같은 대안으로 추정할 때, 반복갱신법 자료발생과정에서 나타나는 추정의 오류를 비껴갈 수 있다.

4. 결론

본 연구는 구조형 신용평가모형 간 기업부도확률 예측성과를 비교하여 분석하였다. 비교대상으로 선정한 옵션형 신용평가모형은 Merton(1974)의 DD모형, 채권가격평가모형에서 출발한 Longstaff and Schwartz (1995) 및 Leland and Toft (1996) 모형, 그리고 실증분석에서 이용한 Down and Out Call 옵션 모형이다.(Brockman and Turtle 2003; Gharghori et al. 2006). 본 연구는 DOC 모형의 일별내재부도격발가치와 Leland and Toft모형의 일별부도격발가치를 산출하는 새로운 반복갱신법을 도입하였다. 반복갱신법을 후진귀납방식과 전진귀납방식으로 구성하여 Bharath and Shumway (2008)에서 제시한 충분통계량을 위한 실증분석 절차를 보다 진전시킬 수 있는 대안을 제공하였다.

실증분석에서 각 모형의 기업부도확률 예측성과를 역사적변동성법, 반복갱신법, 연립방정식법으로 모수 추정방식을 구분하여 분석하였다. 부도확률의 예측성과를 비교하기 위해 표본외 분석방식을 이용하여 1년, 3년, 5년 및 횡단면 분석을 실시하고 Cox 비례위험모형 분석을 수행하였다. 로짓 분석 및 AR측정 결과 Down and Out Call 옵션 방식이 모수추정방식과 관계없이 표본외 예측성과에서 우수하였다. 반복갱신법으로 변동성을 추정하는 경우 선정된 모든 모형에 대하여 로짓 회귀계수가 유의한 정도가 타 변동성 추정방식 보다 유의하게 나타났다. 강건성 분석결과 Merton의 DD 모형은 무위험이자율로 기업수익률과 자본조달비용을 대체하는 모형이 보다 우수한 예측능력을 나타냈고 로짓 회귀계수의 유의수준도 높았다. 본 연구에서 구성한 자본조달비용 구성 절차는 강건성 분석결과 각 구조형 신용위험평가 모형에서 제공하는 부도확률의 예측성과를 떨어뜨리지는 않는 것으로 판단된다.

<표 1> 구조형 신용위험평가모형 분류

<표 1>은 구조형 신용위험평가모형에 대한 기존 실증모형과 본 연구에서 수행하는 실증분석 모형을 모수추정방법으로 분류함. Leland (2004)*는 수치측정방식연구임. Eom et al. (2004)**는 구조형 채권가격결정모형에 대한 연구임. 굵은 글씨는 본 연구에서 추정하는 모형임 앞 첫글자 B는 후진 귀납방식, F는 전진귀납방식임. 뒤에서 DOC, LT, LS, DD는 순서대로 Down and Out 콜옵션, Leland and Toft (1996), Longstaff and Schwartz (1995), Merton (1974) 모형임. 중간의 2nd는 2단계 반복갱신법, 1st는 1단계반복갱신법임. 또 다른 중간의 1stDD와 EQDD는 1단계반복갱신법으로 추정한 DD모형의 모수를 모형에서 사용함 표현함.

구분	DD	LS	LT	DOC
후진귀납방식	기존연구 없음			
반복갱신법	1단계		2단계	
	B1stDD	B1stLS B1stDDL	B2ndLT B1stDDL	B2ndDOC B1stDDDOC
역사적변동성법	BHVDD	BHVLS	BHVLT	BHVDOC
연립방정식법	BEQDD	BEQDDL	BEQDDL	BEQDDDOC
전진귀납방식				
반복갱신법	1단계		2단계	
	Crosbie and Bhon (2003) Vassalou and Xing (2004) Gharghori et al. (2006) Bharath and Shumway (2008) F1stDD	Liu et al. (2007) F1stLS F1stDDL	기존연구 없음 F2ndLT F1stDDL	기존연구 없음 F2ndDOC F1stDDDOC
역사적변동성법	Brockman and Turtle (2003) Leland (2004)* Eom et al. (2004)** Bharath and Shumway (2008) FHVDD	Leland (2004)* Eom et al. (2004)** FHVLS	Leland (2004)* Eom et al. (2004)** FHVLT	Brockman and Turtle (2003) Gharghori et al. (2006) FHVDOC
연립방정식법	Crosbie and Bhon (2003) Hillegeist et al. (2004) Campbell et al. (2008) Bharath and Shumway (2008) FEQDD	기존연구 없음 FEQDDL	기존연구 없음 FEQDDL	기존연구 없음 FEQDDDOC

<표 2> 구조형 신용위험평가모형에서 사용하는 모수들

<표 2>는 구조형 신용위험평가모형에 사용하는 모수들과 실증분석에서 사용하기 위해 각 모수들을 추정하는 방식을 요약함. 각 모수별 위치자 FWD는 전진귀납방식, BWD는 후진귀납방식을 의미함. 아래첨자 앞부분1st는 1단계반복갱신법, 2nd는 2단계반복갱신법, HV는 역사적변동성법, EQ는 연립방정식법을 의미함. 아래첨자 뒷부분은 모형을 구분함: DOC, LT, LS, DD

모수	설명	추정법 또는 자료구성
$V(t)$	시점 t 기업총가치	전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신, 역사적변동성, 연립방정식
μ	기업수익률	전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신, 역사적변동성, 연립방정식
r	무위험이자율	1년 통안채이자율을 연속복리율로 산출
δ	자본조달비용	부채비용×(부채/자산)+(배당금+자사주매입금)×(1-부채/자산) 연속복리율로 산출
σ	기업변동성	전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신, 역사적변동성, 연립방정식
K	만기부채가치	부채의 장부가액
c	부채비용	1순위: 제조업은 순금융이자보상배율, 금융업(은행, 보험, 증권, 증금)은 대출채권이자율 혹은 예수금 평균이자율 2순위: 제조업은 회사채수익률 금융업은 1년 산금채수익률. 3순위: 금융업 1년 산금채수익률이 없는 경우 무위험이자율+(1.5%)프리미엄 연속복리율로 산출
T	만기	통상 1년을 사용하여 추정. 다른 경우 별기함
τ	잔존만기	$T-t$
H	부도격발가치	전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신, 역사적변동성, 연립방정식
$D(c)$	파산비용	0.30: Leland (2004)의 자료 사용.
θ	부도시 잔존율	45.61% (2001년부터 2004년까지 대기업 부도시 회수율평균 31.95%를 사용하여 산출함)
LDR	장기부채비율	1년이상 장부 부채가액/부채 장부가액
DP	부채비율	부채 장부가액/자산 장부가액
MKT	시가총액	보통주주식수 ×보통주 시장가격
ν	법인세율	법인세비용/법인세차감전손익 연속복리율로 산출
D_S	단기부채	1년 미만 장부 부채가액
D_L	장기부채	1년 이상 장부 부채가액
ρ	부도확률	전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신, 역사적변동성, 연립방정식

<표 3> 주요 기술 통계량

<표 3>은 주요 변수들 및 추정된 모수들의 표본평균, 중위수, 표준편차, 최소값, 최대값을 제시함. 1994년 1월 초부터 2008년 12월 말까지 연도별로 중복 산출하여 계속기업 종목 8,772개 부도기업 종목 2,163개 부도기업 총 10,935개 KOSPI 종목을 포함하고 있음. 부채는 장부가치(단위: 백만원)임. σ_E^{FWD} 는 전진귀납방식 250일 주식수익률변동성, σ_E^{BWD} 는 후진귀납방식 250일 주식수익률변동성임. 무위험이자율은 364일 동안채 최종호가수익률임. 1년 산금채 이자율, 3년 회사채이자율 및 3년 회사채 가중이자율(3년 무보증회사채 AA/2+3년 무보증회사채 BBB/2) 등 이자율 자료는 금융투자협회 채권정보 서비스에서 제공하는 최종호가수익률을 사용함. 기업총가치(단위:백만원), 기업변동성, 기업수익률 모수는 전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신법, 역사적변동성법, 연립방정식법으로 추정함 각 모수별 위첨자 FWD는 전진귀납방식, BWD는 후진귀납방식을 의미함. 아래첨자 앞부분 1st는 1단계반복갱신법, 2nd는 2단계반복갱신법, HV는 역사적변동성법, EQ는 연립방정식법을 의미함. 아래첨자 뒷부분은 모형을 구분함: DOC, LT, LS, DD

변수명	집단	평균	중위수	표준편차	최대	최소	관측
부채 (단위: 백만원)	계속	3,039,603	182,390	13,818,134	202,828,277	2,423	8214
	부도	788,641	91,317	4,032,492	134,258,210	661	2063
σ_E^{FWD}	계속	0.682	0.637	0.288	2.483	0.081	8772
	부도	0.579	0.541	0.240	9.251	0.045	2163
σ_E^{BWD}	계속	0.718	0.677	0.320	4.693	0.032	8772
	부도	0.581	0.543	0.231	9.251	0.109	2163
무위험이자율		0.075	0.058	0.036	0.149	0.022	4581
1년 산금채이자율		0.003	0.001	0.007	0.085	-0.004	4331
3년 회사채이자율		0.030	0.027	0.011	0.069	0.016	2428
3년 회사채가중이자율		0.008	0.005	0.014	0.133	-0.010	2154
기업총가치 (단위: 백만원)							
V_{HV}	계속	3,212,434	229,571	14,273,615	226,038,436	4,677	8127
	부도	1,342,865	162,231	5,800,434	137,662,151	3,039	2038
V_{2ndDOC}^{FWD}	계속	3,339,930	235,594	14,764,429	226,038,457	11,628	7541
	부도	1,363,978	175,749	5,854,935	137,662,151	6,136	1904
V_{2ndDOC}^{BWD}	계속	3,010,022	220,094	14,626,889	226,038,466	11,628	7497
	부도	1,350,757	174,603	5,900,412	137,662,151	6,235	1830
V_{2ndLT}^{FWD}	계속	3,446,568	191,745	15,036,829	216,714,237	8,757	7069
	부도	1,571,216	166,444	10,903,297	675,485,091	6,099	1552
V_{2ndLT}^{BWD}	계속	3,071,983	166,703	15,001,754	214,813,554	7,858	6813
	부도	1,455,603	164,444	6,753,206	201,858,830	4,925	1320
V_{1stLS}^{FWD}	계속	2,619,773	191,867	12,569,600	216,830,901	4,783	8124
	부도	1,223,888	148,395	5,363,168	127,518,316	2,786	2002
V_{1stLS}^{BWD}	계속	3,364,896	173,530	43,115,105	1,792,780,964	4,783	8119
	부도	1,233,136	149,970	5,413,356	127,527,062	2,835	1879
V_{1stDD}^{FWD}	계속	35,865,606	183,574	1,179,944,716	52,160,590,193	263	8126
	부도	1,220,665	146,924	5,366,420	127,529,381	41	2028
V_{1stDD}^{BWD}	계속	4,446,783	177,373	67,607,833	2,899,612,268	263	8125
	부도	1,221,114	147,165	5,406,469	127,527,062	41	2015
V_{EQDD}^{FWD}	계속	645,669	91,974	6,028,758	182,302,706	2,113	5839
	부도	778,763	103,994	4,158,156	108,290,442	446	1096
V_{EQDD}^{BWD}	계속	469,070	90,771	2,791,336	77,838,946	5,406	5901
	부도	826,571	105,597	4,264,283	108,290,442	444	1080

기업변동성 <표 3> 계속									
변수명	집단	평균	중위수	표준편차	최대	3분위	1분위	최소	관측
σ_{2ndDOC}^{FWD}	계속	0.435	0.277	0.537	5.615	0.497	0.145	0.014	7541
	부도	0.532	0.343	0.601	7.091	0.555	0.228	0.026	1904
σ_{2ndDOC}^{BWD}	계속	0.402	0.215	0.582	5.709	0.466	0.088	0.012	7497
	부도	0.499	0.308	0.637	6.613	0.508	0.192	0.012	1830
σ_{2ndLT}^{FWD}	계속	0.436	0.250	0.600	6.106	0.437	0.160	0.001	7069
	부도	0.441	0.293	0.556	8.818	0.430	0.204	0.005	1552
σ_{2ndLT}^{BWD}	계속	0.426	0.241	0.561	7.031	0.444	0.140	0.019	6813
	부도	0.413	0.270	0.519	6.942	0.411	0.179	0.028	1320
σ_{1stLS}^{FWD}	계속	2.916	0.233	30.357	621.021	0.436	0.135	0.002	8124
	부도	0.430	0.284	0.536	6.134	0.426	0.192	0.018	2001
σ_{1stLS}^{BWD}	계속	0.440	0.222	0.639	6.342	0.502	0.100	0.002	8119
	부도	0.459	0.265	0.641	6.866	0.433	0.166	0.010	1879
σ_{1stDD}^{FWD}	계속	0.504	0.240	1.229	44.446	0.465	0.138	0.002	8126
	부도	0.463	0.284	0.665	7.058	0.427	0.192	0.018	2028
σ_{1stDD}^{BWD}	계속	0.640	0.219	1.197	9.026	0.522	0.092	0.002	8125
	부도	0.537	0.266	0.906	12.297	0.434	0.166	0.010	2015
σ_{EQDD}^{FWD}	계속	0.325	0.267	0.234	1.815	0.443	0.155	0.002	5944
	부도	0.295	0.257	0.212	9.683	0.386	0.165	0.006	1158
σ_{EQDD}^{BWD}	계속	0.364	0.295	0.301	4.181	0.486	0.166	0.008	6007
	부도	0.298	0.263	0.214	9.557	0.391	0.165	0.008	1146
기업수익률									
변수명	집단	평균	중위수	표준편차	최대	3분위	1분위	최소	관측
μ_{2ndDOC}^{FWD}	계속	0.014	0.017	0.388	2.782	0.173	-0.119	-2.220	7541
	부도	0.052	0.051	0.452	3.513	0.206	-0.097	-5.057	1904
μ_{2ndDOC}^{BWD}	계속	-0.097	-0.026	0.511	2.322	0.052	-0.102	-5.783	7497
	부도	-0.043	-0.001	0.541	3.297	0.130	-0.098	-6.491	1830
μ_{2ndLT}^{FWD}	계속	0.025	0.059	0.529	5.972	0.234	-0.141	-3.583	7069
	부도	0.062	0.072	0.560	5.636	0.271	-0.131	-7.927	1552
μ_{2ndLT}^{BWD}	계속	-0.058	-0.004	0.582	3.631	0.161	-0.171	-4.173	6813
	부도	0.026	0.033	0.561	6.441	0.215	-0.131	-4.496	1320
μ_{1stLS}^{FWD}	계속	-2.548	0.005	30.387	5.211	0.177	-0.179	-621.021	8124
	부도	0.061	0.062	0.509	4.528	0.258	-0.131	-5.245	2001
μ_{1stLS}^{BWD}	계속	-0.062	-0.013	0.669	5.211	0.091	-0.146	-6.554	8119
	부도	0.006	0.019	0.661	5.756	0.203	-0.129	-7.293	1879
μ_{1stDD}^{FWD}	계속	0.003	0.010	1.161	6.130	0.189	-0.170	-44.121	8126
	부도	0.077	0.063	0.595	7.019	0.260	-0.131	-6.461	2028
μ_{1stDD}^{BWD}	계속	-0.006	-0.013	0.966	6.543	0.093	-0.145	-9.232	8125
	부도	0.037	0.019	0.824	7.809	0.205	-0.129	-7.762	2015

<표 4> 표본외 검정을 위한 로짓 회귀분석 결과

<표 4>는 각 모형이 제공하는 부도확률의 예측성과를 비교하기 위해서 표본외 로짓분석을 실시한 결과임. 표본외 검정에 사용한 로짓모형의 우도함수 L 와 부도확률 π 는 아래와 같음.

$$L(\beta; \rho_i, y_i) = y_i \log\left(\frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}\right) + (1 - y_i) \log\left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}\right), \pi_i = \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}$$

시계열 표본외 검정은 1년, 3년, 5년에 대해서 실시하고, 횡단면 표본외 검정은 난수를 발생하여 80%의 표본 선정하고 나머지 20%를 대상으로 실시함. 모수추정은 전·후진귀납방식 1·2단계반복갱신법, 역사적변동성법, 연립방정식법을 사용할 DOC는 Down and Out 콤옵션모형(Brockman and Turtle 2003), LT는 Leland and Tort (1996)모형, LS는 Longstaff and Schwartz (1995), DD는 Merton (1974)모형임. 표본외 검정 로짓분석 결과의 회귀계수 $\tilde{\beta}$ 와 부합도(단위: %)를 제공함(** 1% 유의수준, * 5% 유의수준, * 10%유의수준).

추정법	표본 외 대상	모형				
		$\tilde{\beta}_{DOC}$	$\tilde{\beta}_{LT}$	$\tilde{\beta}_{LS}$	$\tilde{\beta}_{DD}$	$\tilde{\beta}_{AccDOC}$
후진귀납 2단계 반복갱신	1년	16.073***	19.519***	14.089***		-3.275
		85.8	63.8	43.2		1.9
	3년	18.789***	17.934***	11.890***		28.089*
		80.9	53.9	31.6		13.5
	5년	19.320***	19.852***	5.259*		52.803
		69.1	52.1	30.4		3.0
	횡단면	7.267***	5.746***	4.349***		54.329
		69.9	48.6	31.3		4.2
후진귀납 1단계 반복갱신 (DD모형 모수사용)	1년	16.822***	11.882***	16.729***	16.031***	15.217***
		82.7	34.1	42.1	50.3	80.2
	3년	17.747***	19.788***	16.500***	9.627*	20.368***
		70.3	26.0	29.3	39.1	71.9
	5년	15.116***	6.113	3.209	2.502	14.962***
		61.1	27.7	21.6	27.6	58.5
	횡단면	6.406***	6.356**	5.572***	1.619	5.595***
		65.4	26.1	26.6	37.2	58.8
후진귀납 역사적변도 성	1년	12.158***	92.525***	41.496**	18.591***	13.772***
		80.1	13.5	22.6	55.1	69.2
	3년	9.038***	-6.387	7.196	37.485***	15.908***
		69.9	7.8	21.9	65.4	74.0
	5년	16.736***	-15.281	201.967**	28.679***	32.774***
		75.5	7.2	24.3	60.5	70.5
	횡단면	6.648***	4.153	13.395*	5.136***	6.889***
		71.4	4.7	18.8	51.4	61.6
후진귀납 연립방정 식 (DD모형 기업이익 률 사용)	1년	25.518***	43.135***	15.456***	8.095***	23.229***
		76.2	49.0	37.0	48.0	80.1
	3년	23.849***	46.049	24.501***	8.264***	36.368***
		68.5	21.5	42.1	55.7	80.3
	5년	20.205***	18.963	18.058***	6.169*	31.052***
		60.3	29.1	43.3	44.8	65.4
	횡단면	9.202***	9.263**	6.192***	1.514	9.680***
		64.9	29.4	32.8	28.1	66.4

<표 4> 계속

추정법	표본 외 대상	모형				
		$\tilde{\beta}_{DOC}$	$\tilde{\beta}_{LT}$	$\tilde{\beta}_{LS}$	$\tilde{\beta}_{DD}$	$\tilde{\beta}_{AccDOC}$
전진귀납 2단계 반복갱신	1년	16.208***	22.443***	12.770***		94.504
		81.1	62.4	29.3		2.2
	3년	11.704***	39.061***	21.112***		-0.933
		67.2	64.1	45.9		2.1
	5년	24.843***	103.438***	-725.820**		21.281
		68.6	55.2	41.5		9.1
	횡단면	6.725***	4.148***	3.402***		-0.815
		67.4	44.9	27.2		2.0
전진귀납 1단계 반복갱신 (DD모형 모수사용)	1년	16.138***	88.952***	13.274***	2.044	15.730***
		82.4	40.8	33.8	28.0	80.4
	3년	26.897***	-29.481**	22.536***	-6.365***	31.232***
		79.4	22.5	43.6	52.5	85.1
	5년	54.532***	-0.873	-91.001***	11.060***	88.257***
		67.4	13.7	37.5	58.6	68.5
	횡단면	7.716***	11.840	7.274***	6.965***	7.459***
		69.5	21.8	31.5	42.5	65.4
전진귀납 역사적변도 성	1년	11.021***	-10.712	17.442**	29.823***	27.295***
		81.5	12.3	23.1	59.6	74.7
	3년	9.895***	-11.291	147.339**	46.562***	97.319***
		70.2	7.5	15.6	51.9	63.0
	5년	15.362***	11.325	9.242	33.649***	-19.310***
		73.0	6.4	12.6	46.6	53.7
	횡단면	6.074***	1.598	6.022	4.135***	7.543***
		70.2	4.8	12.6	39.7	53.7
전진귀납 연립방정식 (DD모형 기업수익 률 사용)	1년	26.363***	54.074***	59.838***	5.516	35.943***
		86.2	52.3	64.8	42.9	84.2
	3년	36.995***	-550.783**	24.537***	-18.048***	87.028***
		83.6	21.2	39.0	51.6	84.3
	5년	36.055***	-18.977	28.545***	13.719***	-112.377***
		67.6	21.9	34.2	50.2	62.4
	횡단면	7.569***	6.038	5.532***	0.278	10.120***
		64.6	19.0	27.0	31.2	58.8

<표 5> 예측정확도 결과

<표 5>는 각 모형별 표본외 대상기간에 대한 예측정확도 결과임. 예측정확도의 산출은 아래의 관계식으로 산출함.

$$P_{RS} = \frac{CN(DP)}{N(S)}, P_{HS} = \frac{CN(Default)}{N(DS)}, AR = \left[2 \int_{P_{RS} \in [0,1]} P_{HS}(P_{RS})d(P_{RS}) \right] - 1$$

여기서 $CN(DP)$ 는 파산확률기준 해당 순위에서 측정된 누적 표본 수이고, $N(S)$ 는 파산확률 순위 결정에 이용된 부도가 발생하지 않은 표본수이고, $CN(Default)$ 는 파산확률기준 해당 순위에서 측정된 누적 파산 표본 수이고, $N(DS)$ 는 파산확률 순위 결정에 이용된 총 부도 표본 수임. 모수추정은 전·후진귀납 방식 1·2단계반복갱신법, 역사적변동성법, 연립방정식법을 사용함 DOC는 Down and Out 콜옵션모형 (Brockman and Turtle 2003), LT는 Leland and Tort (1996)모형, LS는 Longstaff and Schwartz (1995), DD는 Merton (1974)모형임.

추정법	대상기간	AC_{DOC}	AC_{LT}	AC_{LS}	AC_{DD}	AC_{AccDOC}
후진귀납 2단계 반복갱신	1년	0.720	0.545	0.323		-0.364
	3년	0.623	0.435	0.144		-0.443
	5년	0.391	0.240	-0.004		-0.354
후진귀납 1단계 반복갱신	1년	0.697	0.046	0.315	0.246	0.692
	3년	0.446	-0.138	0.135	0.080	0.620
	5년	0.246	-0.120	-0.075	-0.039	0.231
후진귀납 역사적변동성	1년	0.606	-0.040	0.017	0.237	0.389
	3년	0.402	0.102	0.211	0.427	0.486
	5년	0.514	0.042	0.326	0.387	0.417
후진귀납 연립방정식	1년	0.555	0.379	0.290	0.126	0.617
	3년	0.405	0.079	0.513	0.407	0.662
	5년	0.242	0.108	0.535	0.310	0.341
전진귀납 2단계 반복갱신	1년	0.627	0.528	-0.009		-0.449
	3년	0.350	0.577	0.376		-0.227
	5년	0.379	0.361	0.346		-0.022
전진귀납 1단계 반복갱신	1년	0.719	0.149	0.032	-0.160	0.673
	3년	0.627	-0.139	0.365	-0.146	0.743
	5년	0.406	-0.088	0.367	0.301	0.439
전진귀납 역사적변동성	1년	0.636	-0.109	0.064	0.332	0.497
	3년	0.409	-0.080	0.017	0.302	0.268
	5년	0.465	-0.168	-0.049	0.126	0.087
전진귀납 연립방정식	1년	0.749	0.478	0.632	0.158	0.733
	3년	0.701	-0.011	0.641	-0.201	0.754
	5년	0.372	-0.153	0.381	0.377	0.317

<표 6> Cox 비례위험모형 추정결과

<표 6>은 아래 식과 같이 시간종속적(time varying covariates) 변수를 가진 Cox 비례위험모형을 추정결과를 나타냄.

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) \exp\left(\sum_{j \in \theta} \beta_j X_j - \beta_0 \bar{t}\right) t^{\beta_0}$$

여기서 $\lambda(t)$ 는 위험비이고, $\lambda_0(t)$ 는 각 모형별 부도확률이 최저값 '0' 가질 경우의 위험비임. θ 는 38개 모형들에서 추정된 부도확률과 추가변수임 (B2ndDOC, B2ndLT, B1stLS, B1stDD, F2ndDOC, F2ndLT, F1stLS, F1stDD, B1stDDDOC, B1stDDL, B1stDDL, F1stDDDOC, F1stDDL, F1stDDL, BHVDOC, BHVLT, BHVLS, BHVDD, FHVDOC, FHVLT, FHVLS, FHVDD, BEQDOC, BEQLT, BEQLS, BEQDD, FEQDOC, FEQLT, FEQLS, FEQDD, B2ndAccDOC, B1stDDAccDOC, BHVAccDOC, BEQAccDOC, F2ndAccDOC, F1stDDAccDOC, FHVAccDOC, FEQAccDOC, 로그 시가 총액, 로그 부채, 장부가격 대 시장가격비율, σ_{HV}^{FWD} , σ_{HV}^{BWD}) 통제변수집단 ㉑는 위의 'HV' 계열 8개 부도 확률이고 통제변수집단 ㉒는 ㉑의 부도확률들과 위의 5개 추가변수들임 (** 1% 유의수준, * 5% 유의수준, * 10%유의수준).

부도확률	종속변수: 부도시점					
	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4	모형 5	모형 6
B2ndDOC	-2.592***	-0.819***			-2.072***	-1.041***
B2ndLT	-0.518**	-0.105			-0.493*	0.026
B1stLS	-1.072***	-1.701***			-1.378***	-2.044***
B2ndAccDOC	-0.000	-0.000			-0.000	-0.000
B1stDDDOC	0.254	-0.275			-0.194	-0.687
B1stDDL	0.158	0.282			0.048	0.479
B1stDDL	-0.642*	0.283			0.201	0.825**
B1stDD	-2.640***	-1.369***			-1.505***	-0.747*
B1stDDAccDOC	2.777***	1.855***			2.462***	2.104***
BEQDDDOC	-1.089***	-1.421***			-0.897*	-1.302**
BEQDDL	-1.205**	-0.448			-1.139	-0.184
BEQDDL	-1.434	-2.045			-0.849	-1.159
BEQDD	-0.476	-0.009			-0.306	-0.096
BEQAccDOC	-0.146	0.897**			-0.052	0.844
F2ndDOC			-2.352***	-0.273	-0.718***	0.353
F2ndLT			-0.125	0.118	-0.025	-0.071
F1stLS			-0.002	-0.803***	0.251	0.167
F2ndAccDOC			-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
F1stDDDOC			0.638*	-0.390	0.986***	0.409
F1stDDL			0.477	-0.353	0.496	-0.647
F1stDDL			-1.023***	-0.074	-1.112***	-0.362
F1stDD			-2.882***	-1.154***	-2.559***	-1.234***
F1stDDAccDOC			1.455***	0.983***	-0.142	-0.193
FEQDDDOC			-0.775*	-0.822**	-0.515	-0.353
FEQDDL			-1.875***	-0.308	-0.497	-0.043
FEQDDL			-2.275	-3.078*	-1.605	-2.588
FEQDD			-0.624	0.067	-0.220	0.198
FEQAccDOC			0.016	0.612	-0.143	0.133
통제변수집단	㉑	㉒	㉑	㉒	㉑	㉒

<표 7> 강건성 분석을 위한 표본외 검정 로짓 회귀분석 결과

<표 7>는 두가지 강건성분석을 실시한 결과임: 자본조달비용 δ 제외, 무위험이자율만을 이용. 로짓 모형의 우도함수 L 와 부도확률 π 는 아래와 같음.

$$L(\beta; \rho_i, y_i) = y_i \log \left(\frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)} \right) + (1 - y_i) \log \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)} \right), \quad \pi_i = \frac{1}{1 + \exp(-\beta \rho_i)}$$

시계열 표본외 검정은 1년, 3년, 5년에 대해서 실시하고, 횡단면 표본외 검정은 난수를 발생하여 80%의 표본 선정하고 나머지 20%를 대상으로 실시함. 모수추정은 전·후진귀납방식 각단계별반복갱신법을 사용함 DOC는 Down and Out 콜옵션모형(Brockman and Turtle 2003), LT는 Leland and Tort (1996)모형, LS는 Longstaff and Schwartz (1995), DD는 Merton (1974)모형임. 표본외 검정 로짓분석 결과의 회귀계수 $\tilde{\beta}$ 와 부합도(단위: %)를 제공함(*** 1% 유의수준, ** 5% 유의수준, * 10% 유의수준).

추정법	표본 외 대상	모형				
		$\tilde{\beta}_{DOC}$	$\tilde{\beta}_{LT}$	$\tilde{\beta}_{LS}$	$\tilde{\beta}_{DD}$	$\tilde{\beta}_{AccDOC}$
기업의 자본조달비용 δ 제외						
후진귀납 각단계별 반복갱신	1년	16.513***	19.440***	12.480***	15.937***	79.844
		84.5	65.8	31.3	64.6	8.1
	3년	20.120***	17.335***	11.261***	10.185***	474.254
		78.7	49.0	20.2	42.9	24.9
	5년	22.001***	20.467***	4.739	8.039	-9.716
65.5		53.0	26.0	32.1	4.0	
횡단면	6.330***	5.414***	4.497***	3.578***	13.874	
	66.4	47.7	21.2	37.0	6.6	
전진귀납 각단계별 반복갱신	1년	15.301***	22.115***	12.894***	2.922*	122.131
		78.3	61.7	19.9	35.0	2.1
	3년	10.711***	39.756***	29.052***	-1.886	6.522
		64.3	64.8	28.8	46.8	6.9
	5년	27.915***	122.530***	318.766	11.175***	15.605
68.3		54.8	19.9	63.7	11.5	
횡단면	6.311***	4.757***	8.147***	5.326***	10.555	
	65.8	48.5	23.4	48.1	6.1	
기업수익률과 자본조달비용을 무위험이자율로 대체 함						
후진귀납 각단계별 반복갱신	1년	19.570***	17.634***	7.986**	17.474***	43.322*
		72.7	60.6	25.8	77.0	6.4
	3년	0.296	22.643***	8.523**	13.720***	-3.213
		24.3	47.1	21.4	64.1	2.7
	5년	17.578	18.177***	3.266	16.366***	40.647
52.4		49.1	23.7	55.4	8.8	
횡단면	7.127***	5.775***	4.668**	5.062***	0.523	
	58.7	48.9	20.6	56.5	2.7	
전진귀납 각단계별 반복갱신	1년	6.378***	16.170***	11.501***	11.600***	5.430
		60.5	54.3	17.4	59.6	2.6
	3년	3.992**	25.453***	18.888***	11.218***	-63.464
		55.2	61.3	23.0	68.7	2.5
	5년	20.930***	36.739***	96.221	18.251***	23.305
68.4		54.5	20.7	69.3	6.6	
횡단면	5.895***	2.707***	3.559**	5.260***	-0.701	
	61.3	36.7	16.0	58.3	2.4	

<부 록>

<부록 표 1> 상장 종목 수 및 상장폐지 종목 수

본 연구에서 상장 종목은 KSRI DB를 기준으로, 상장폐지 종목은 상장협의회 TS 2000 DB를 기준으로 작성함.

연 도	상장 종목 수	상장폐지 종목 수
1994	763	0
1995	763	0
1996	763	3
1997	783	7
1998	786	29
1999	763	50
2000	717	15
2001	718	27
2002	713	31
2003	696	15
2004	693	23
2005	684	19
2006	684	4
2007	697	9
2008	712	3

<참고문헌>

- 류근관, 2004, “기업의 부도예측 및 신용평가를 위한 계량경제학적 모형,” 서울대학교 경제연구소 기업경쟁력연구센터.
- 서울경제신문, 2007년 8월 10일, “신종 뱅크런 ‘펀드런’은”.
- Altman, E.I. 1968, “Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy,” *Journal of Finance* 23, pp. 589-609
- Bharath, Sreedhar T. and Tyler Shumway, 2008, “Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model,” *Review of Financial Studies* 21, pp. 1339-1369
- Broadie, Mark, Mikhail Chernov, and Suresh Sundaresan, 2007, “Optimal debt and equity values in the presence of Chapter 7 and Chapter 11,” *Journal of Finance* 62, pp. 1341-77
- Brockman, P., and H. J. Turtle, 2003, “A barrier option framework for corporate security valuation,” *Journal of Financial Economics* 67, pp. 511-29
- Campbell, John Y., Jens Hilscher, and Jan Szilagyi, 2008, “In Search of Distress Risk,” *Journal of Finance* 63 pp. 2899-2939
- Chen, Dar-Hsin, Heng-Chih Chou, David Wang, and Rim Zaabar, 2009a, “the Predictive Performance of a Barrier Option Credit Risk Model in an Emerging Market,” working paper.
- Chen, Long, Pierre Collin-Defresne, and Robert S. Goldstein, 2009b, “On the Relation Between the Credit Spread Puzzle and the Equity Premium Puzzle” *Review of Financial Studies* 22, pp. 3367-3409
- Chen, Ren-Raw, Cheng-Few Lee, and Han-Hsing Lee, 2010, “Default Prediction of Alternative Structural Credit Risk Models and Implications of Default Boundaries,” FMA working paper.
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll, Jr. and Stephen A. Ross, 1985, “An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices,” *Econometrica* 53, pp. 363-384
- Collin-Dufresne, P. and R. Goldstein, 2001, “Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios,” *Journal of Finance* 56, pp. 1929-1957
- Crosbie, Peter and Jeff Hon, 2003, “Modeling Default Risk: Modeling methodology,” Moody's K.M.V.

- Dichev, I., 1998, "Is the risk of bankruptcy a systematic risk?" *Journal of Finance* 53, pp. 1131-47
- de Jong, Piet, 1989, "Smoothing and Interpolation with the State-Space Model," *Journal of the American Statistical Association* 84, pp. 1085-1088
- Duan, Jin-Chuan and Andras Fulop, 2009, "Estimating the structural credit risk model when equity prices are contaminated by trading noises," *Journal of Econometrics* 150, pp. 288-296
- Duan, Jin-Chuan and Jean-Guy Simonato, 2002, "Maximum likelihood estimation of deposit insurance value with interest rate risk," *Journal of Empirical Finance* 9, pp. 109-132
- Duffie, D. and L. Epstein, 1992a, "Stochastic Differential Utility", *Econometrica* 60, pp. 353-394
- Duffie, D. and L. Epstein, 1992b, "Asset Pricing with Stochastic Differential Utility," *Review of Financial Study* 5, pp. 411-436
- Duffie, D. and Lando, D., 2001, "Term structures of credit spreads with incomplete Accounting information," *Econometrica* 69, pp. 633-664
- Duffie, D., Leandro Saita, Ke Wang, 2007, "Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates, ," *EJournal of Financial Economics* 83, pp. 635-665
- Eom, Young Ho, Jean Helwege, and Jing-Zhi Huang, 2004, "Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis," *Review of Financial Studies* 17, pp. 499-544
- Epstein, Larry G. and Martin Schneider, 2003, "Recursive Multiple-priors," *Journal of Economic Theory* 113, pp. 1-31
- Ericsson, Jan, and Reneby, Joel, 1998, "a Framework for Valuing Corporate Securities," *Applied Mathematical Finance* 5, pp. 143-163
- Ericsson, Jan, and Reneby, Joel, 2005, "Estimating Structural Bond Pricing Model," *Journal of Business* 78, pp. 707-735
- Forte Santiago, and Lidija Lovreta, 2009, "Pseudo Maximum Likelihood Estimation of Structural Credit Risk Models with Exogenous Default Barrier" working paper.
- Gharghori, Philip, Howard Chan, and Robert Faff, 2006, "Investigating the performance of alternative default risk models: option-based versus Accounting-based approaches," *Australian Journal of Management* 31, pp. 207-34

- Goldstein, Robert, 2010, "Can Structural Models of Default Explain the Credit Spread Puzzle," FRBSF Economic Letter 2010-06.
- Grosen, Anders, and Peter Løchte Jørgensen, 2007, "Life insurance liabilities at market value: an analysis of insolvency risk, bonus policy, and regulatory intervention rules in a barrier option framework," *Journal of Risk and Insurance* 69, pp. 63-91
- Hillegeist, Stephen A., Elizabeth K. Keating, and Donald P. Cram, Kyle G. Lundstedt, 2004, "Assessing the probability of bankruptcy," *Review of Accounting Studies* 9, pp. 5-34
- Huang, J-Z and Huang, M., 2002 (revised May 2003), "How Much of the Corporate-Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk? Results from a New Calibration Approach," Working Paper, GSB, Stanford University.
- Hui, Cho-Hoi, Tak-Chuen Wong, Chi-Fai Lo, and Ming-Xi Huang, 2005, "Benchmarking model of default probabilities of listed companies," *Journal of Fixed Income* /September
- Karoui, N. El, S. Peng, and M. C. Quenez, 1997, "Backward Stochastic Differential Equations in Finance", *Mathematical Finance* 7, pp. 1-71
- Katok, Elena, Martin Sefton, and Abdullah Yavas, 2002, "Implementation by Iterative Dominance and Backward Induction: An Experimental Comparison," *Journal of Economic Theory* 104, pp. 89-103
- Lally, Martin T., and G. Stevenson Smith, 1998, "Capital Charging and Asset Revaluations: New Choices in Governmental Financial Reporting?" *The International Journal of Accounting* 32, pp. 45-62
- Leland, Hayne E., 1994, "Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure," *Journal of Finance* 49, pp. 1213-52
- Leland, Hayne E., 1998, "Agency costs, risk management, and capital structure," *Journal of Finance* 53, pp. 1213-43
- Leland, Hayne E., 2004, "Predictions of default probabilities in structural models of debt," *Journal of Investment Management* 2, pp. 5-20
- Leland, H. and Toft, K., 1996, "Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit spreads," *Journal of Finance* 51, pp. 987-1019.
- Liu, Bo, Ahmet E. Kocagil, and Greg M. Gupton, 2007, "Fitch Equity Implied Rating and Probability of Default Model," *Quantitative Research Special Report*,

FitchSolutions.

- Longstaff, F. and Schwartz, E., 1995, "Valuing risky debt: A new approach," *Journal of Finance* 50, pp. 789-820
- Merton Robert C., 1974, "On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates," *Journal of Finance* 29, pp. 449-70
- Pastorello, Sergio, Valentin Patilea, and Eric Renault, 2003, "Iterative and Recursive Estimation in Structural Nonadaptive Models," *Journal of Business and Economic Statistics* 21, pp. 449-482
- Pollock, D.S.G., 2003, "Recursive estimation in econometrics," *Computational Statistics and Data Analysis* 44, pp. 37-75
- Rich, Don, 1994, "The mathematical foundations of barrier options," *Advanced in Futures and Options Research* 7, pp. 267-311
- Riedel, Frank, 2004, "Dynamic Coherent Risk Measures," *Stochastic Process and their Applications* 112, pp. 185-200
- Roorda, Berend, and J. M. Schumacher, and Jacob Engwerda, 2005, "Coherent Acceptability Measures in Multiperiod Models," *Mathematical Finance* 15, pp. 589-612
- Schroder, Mark, and Costis Skiadas, 1999, "Optimal Consumption and Portfolio Selection with Stochastic Differential Utility," *Journal of Economic Theory* 89, pp. 68-126
- Scott, Steven L., 2002, "Bayesian Methods for Hidden Markov Models: Recursive Computing in the 21st Century," *Journal of the American Statistical Association* 97, pp. 337-351
- Vassalou, Maria and Yuhang Xing, 2004, "Default Risk in Equity Returns," *Journal of Finance* 59, pp. 831-868
- Wang, David, and Heng-Chih Chou, 2007, "Performance of default risk model with barrier option framework and maximum likelihood estimation: Evidence from Taiwan," *Physica A* 385, pp. 270-280
- Wong, Hoi Ying and Choi, Tsz Wang, 2009, "Estimating default barriers from market information," *Quantitative Finance* 9, pp. 187-196
- Zhou, C., 2001, "The term structure of credit spreads with Jump Risk," *Journal of Banking and Finance* 25, pp. 2015-204